

Auswertung des Versuches
P2-18
Laser und Wellenoptik (Teil A)

Markus Engelhardt

Manuel Schmidberger

20. April 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Brewsterwinkel	3
1.1	Glasscheibe im Laser	3
1.2	Messung des Brewsterwinkels und der Brechzahl von Glas . .	3
2	Beugung am Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante	3
2.1	Bestimmung der Spaltbreite eines Einzelspaltes	3
2.2	Babinet-Theorem	6
2.3	Beugung an einer Kreisöffnung, Kreisscheibe und Kante . . .	6
2.4	Bestimmung des Haardurchmessers aus seiner Beugungsfigur	6
3	Beugung an einem Mehrfachspalt und einem Gitter	7
3.1	Spaltbreite und Spaltabstand eines Doppelspaltes	7
3.2	Beugung an einem Dreifachspalt	10
3.3	Beugung am Gitter; Gitterkonstante	10
3.4	Beugung am Kreuz- und Wabengitter	12
4	Abbildung nicht selbstleuchtender Gegenstände	12
5	Holographie	12

1 Brewsterwinkel

1.1 Glasscheibe im Laser

Der Versuch wurde wie in der Vorbereitung beschrieben durchgeführt. Durch Drehen eines Glasplättchens zwischen einem Entladungsrohr und einem Resonatorspiegel wurde versucht einen Laserstrahl zu erzeugen. Trotz mehreren Versuchen und Reinigen der Scheibe durch den engagierten Betreuer konnte keine sichtbarer Fleck auf dem Abbildungsschirm erreicht werden. Offenbar war die zur Verfügung gestellte Ausrüstung dem Versuch nicht angemessen.

1.2 Messung des Brewsterwinkels und der Brechzahl von Glas

Nun wurde das Glasplättchen außerhalb des Lasers platziert. Hierbei ergab sich eine Reflexion des Lasers. Durch Drehen des Plättchens wurde der Brewsterwinkel eingestellt, d.h. der Winkel mit minimaler Reflexion.

Dieser Winkel wurde zu 58° bestimmt.

Mögliche statistische Fehler hierbei sind die Ungenauigkeit der Winkelskala, Ablesfehler des Winkels und vor allem die Bestimmung des exakten Intensitätsminimums.

Somit wird der statistische Fehler mit $\pm 2^\circ$ angegeben.

Daraus ergibt sich mit $\tan(\alpha) = n$ folgende Brechzahl für Glas:

$$n = 1,60 \pm 0,13$$

Ein Vergleich mit dem Literaturwert ($n \approx 1,5$) bestätigt die Messung.

2 Beugung am Spalt, Steg, Kreisloch, Kreisblende und Kante

2.1 Bestimmung der Spaltbreite eines Einzelspaltes

In diesem Versuch wurde ein Einzelspalt ($b = 0,2 \text{ mm}$) mit Laserlicht ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$) bestrahlt und das typische Beugungsmuster auf ein weißes Blatt Papier projiziert. Darauf wurden mit Bleistift die Stellen konstruktiver Interferenz markiert. Die Abstände der k-ten Nebenmaxima vom Hauptmaximum sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Daraus errechnen sich dann durch Mittelwertbildung die Minima, welche in Tabelle 2 aufgeführt sind.

Tabelle 1: Lage der Maxima k-ter Ordnung

Ordnung k	Abstand (links) [cm]	Abstand (rechts) [cm]	Mittelwert x_m [cm]
1	1,18	1,30	$1,24 \pm 0,05$
2	2,05	2,05	$2,05 \pm 0,05$
3	2,85	2,85	$2,85 \pm 0,05$
4	3,65	3,58	$3,62 \pm 0,05$
5	4,55	4,45	$4,50 \pm 0,05$
6	5,35	5,32	$5,34 \pm 0,05$

Tabelle 2: Lage der Minima k-ter Ordnung

Ordnung k	Mittelwert x_m [cm]
1	$0,62 \pm 0,05$
2	$1,65 \pm 0,05$
3	$2,45 \pm 0,05$
4	$3,22 \pm 0,05$
5	$4,02 \pm 0,05$
6	$4,89 \pm 0,05$

Trägt man die Ordnung k über den Abstand x_m der Minima auf, erkennt man den linearen Zusammenhang der beiden Größen (Graphik siehe Abb.1 im Anhang).

Die Ausgleichsgerade durch die Messwerte $(y = 1,2358 \cdot x)$, ergibt als Steigung m das mittlere Verhältnis $\frac{k}{x}$.
Damit lässt sich die Spaltbreite b berechnen:

$$\bar{b} = \frac{k}{x} \cdot \lambda \cdot d = 1,2358 \text{ cm}^{-1} \cdot 632,8 \text{ nm} \cdot 2,5 \text{ m} = 0,196 \text{ mm}$$

Da die Ordnung k eine exakte Größe ist, führt nur die Abstandsmessung zu einem statistischen Fehler σ_m auf die Steigung m . Dieser berechnet sich mit Hilfe der Formel

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma_y^2}{\Delta} \cdot N, \quad \text{wobei} \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - mx_i)^2.$$

Der Term $(N-1)$ resultiert daher, dass in der Gleichung eine Unbekannte (x_i) auftritt und somit ein Freiheitsgrad abgezogen werden muss!

$$\text{Außerdem gilt} \quad \Delta = N \cdot \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^N x_i \right)^2.$$

Für diesen Versuchs ist $N = 6$.

Damit ergibt sich

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{6 \cdot \sum_{i=1}^6 (y_i - mx_i)^2}{5 \cdot (6 \cdot (\sum_{i=1}^6 x_i^2) - (\sum_{i=1}^6 x_i)^2)}}.$$

Durch Einsetzen der Werte erhält man:

$$\sigma_m = 0,0314 \text{ cm}^{-1}$$

Den statistischen Fehler σ_b erhält man durch das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_b = \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial m} \right)^2 \cdot \sigma_m^2} = \left| \frac{\partial b}{\partial m} \right| \cdot \sigma_m = |\lambda d \sigma_m| = 0,005 \text{ mm}$$

Der Fehler auf den Abstand ($d = 2,50 \text{ m}$) zwischen dem Objekt und dem Schirm wird mit $\Delta d = \pm 3 \text{ cm}$ abgeschätzt.

Der Fehler des Lasers wird vernachlässigt ($\Delta \lambda \approx 0$).

Für den systematischen Fehler Δb ergibt sich nach der Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta b = \left| \frac{\partial b}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial b}{\partial m} \right| \Delta m + \underbrace{\left| \frac{\partial b}{\partial \lambda} \right| \Delta \lambda}_{\approx 0} = 0,002 \text{ mm} + 0,005 \text{ mm} = 0,007 \text{ mm}$$

Zusammenfassend lässt sich folgender Wert für die Spaltbreite b angeben:

$$b = \bar{b} \pm \Delta b \pm \sigma_b = (0,196 \pm 0,007 \pm 0,005) \text{ mm}$$

Dieses Ergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeiten mit dem angegebenen Wert von $b = 0,2 \text{ mm}$ überein.

2.2 Babinet-Theorem

Wie in der Vorbereitung beschrieben, wurde das Babinet-Theorem für einen Einzelspalt und einem Draht gleicher Breite (hier $b = 0,3 \text{ mm}$) überprüft. Dabei wurde beobachtet, dass sich die Interferenzmuster in Lage und Intensität nicht unterscheiden. Dies entspricht der Aussage dieses Theoremes. Jedoch beobachtet man bei dem Interferenzmuster, welches durch den Draht erzeugt wurde, im Hauptmaximum zwei Intensitätsabschwächungen (geometrischer Schatten).

2.3 Beugung an einer Kreisöffnung, Kreisscheibe und Kante

Bei diesem Versuch wurde das Beugungsmuster einer Lochblende und einer Scheibenblende verglichen. Bei letzter wurden wie erwartet die konzentrischen Kreise mit Hauptmaximum in der Mitte sichtbar. Auch hier bestätigt sich das Babinet-Theorem, d.h. für die Lochblende entsteht das gleiche Interferenzmuster.

Das Beugungsbild einer Kante entspricht den Erwartungen aus der Vorbereitung.

2.4 Bestimmung des Haardurchmessers aus seiner Beugungsfigur

Zur Bestimmung des Durchmessers eines Haares, wurde das Haar in den Objekthalter eingespannt. Nun wurde das Beugungsbild des Haares betrachtet und die Lage der Maxima auf dem Messprotokoll markiert.

Damit ergibt sich mit $b = \frac{2k+1}{2} \cdot \frac{\lambda \cdot d}{x}$ (und $k = 1$; $x = 5,35 \text{ cm}$) ein Durchmesser des Haares von $44 \text{ } \mu\text{m}$.

3 Beugung an einem Mehrfachspalt und einem Gitter

3.1 Spaltbreite und Spaltabstand eines Doppelspaltes

Bei diesem Versuch wird aus dem Interferenzmuster eines Doppelspaltes auf die Spaltbreite und den Spaltabstand geschlossen.

Zuerst wird die Spaltbreite b untersucht.

Hierzu betrachtet man die Maxima 1. Klasse. Die dabei aufgenommenen Werte sind in der Tabelle 3 festgehalten.

Tabelle 3: Lage der Maxima 1. Klasse

Ordnung n	Abstand (links) [cm]	Abstand (rechts) [cm]	Mittelwert x_m [cm]
1	0,95	0,92	$0,94 \pm 0,05$
2	1,63	1,65	$1,64 \pm 0,05$
3	2,23	2,25	$2,24 \pm 0,05$
4	2,90	2,95	$2,93 \pm 0,05$
5	3,55	3,52	$3,54 \pm 0,05$

Tabelle 4: Lage der Minima n -ter Ordnung

Ordnung n	Mittelwert x_m [cm]
1	$0,47 \pm 0,05$
2	$1,29 \pm 0,05$
3	$1,94 \pm 0,05$
4	$2,59 \pm 0,05$
5	$3,24 \pm 0,05$

Trägt man wieder die Ordnung k über den Abstand x_m der Minima auf, erkennt man wieder einen linearen Zusammenhang der beiden Größen (Graphik siehe Abb. 2 im Anhang).

Aus der Steigung lässt sich nun die Spaltbreite des Doppelspaltes berechnen:

$$\bar{b} = m \cdot \lambda \cdot d = 1,5503 \text{ cm}^{-1} \cdot 632,8 \text{ nm} \cdot 2,50 \text{ m} = 0,2453 \text{ mm}$$

Auch hier führt nur die Abstandsmessung zu einem statistischen Fehler σ_m auf die Steigung m . Dieser berechnet sich analog zur Aufgabe 2.1 zu

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{5 \cdot \sum_{i=1}^5 (y_i - mx_i)^2}{4 \cdot (5 \cdot (\sum_{i=1}^5 x_i^2) - (\sum_{i=1}^5 x_i)^2)}},$$

wobei bei dieser Versuchsreihe $N = 5$.

Durch Einsetzen der Werte erhält man:

$$\sigma_m = 0,063 \text{ cm}^{-1}$$

Den statistischen Fehler σ_b erhält man erneut durch das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_b = \sqrt{\left(\frac{\partial b}{\partial m}\right)^2 \cdot \sigma_m^2} = \left|\frac{\partial b}{\partial m}\right| \cdot \sigma_m = |\lambda d \sigma_m| = 0,001 \text{ mm}$$

Für den systematischen Fehler Δb ergibt sich wieder nach der Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta b = \left|\frac{\partial b}{\partial d}\right| \Delta d + \left|\frac{\partial b}{\partial m}\right| \Delta m + \underbrace{\left|\frac{\partial b}{\partial \lambda}\right| \Delta \lambda}_{\approx 0} = 0,003 \text{ mm} + 0,001 \text{ mm} = 0,004 \text{ mm}$$

Zusammenfassend lässt sich folgender Wert für die Spaltbreite b des Doppelspaltes angeben:

$$b = \bar{b} \pm \Delta b \pm \sigma_b = (0,245 \pm 0,004 \pm 0,001) \text{ mm}$$

Dieses Ergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeiten mit dem angegebenen Wert von $b = 0,25 \text{ mm}$ überein.

Für den Spaltabstand s benötigt man die Maxima 2. Klasse. Diese sind in Tabelle 5 aufgeführt.

Tabelle 5: Lage der Maxima 2. Klasse

Ordnung k	Abstand (links) [cm]	Abstand (rechts) [cm]	Mittelwert x_m [cm]
1	0,35	0,35	$0,35 \pm 0,05$
2	0,68	0,60	$0,64 \pm 0,05$
3,5,7	<i>nicht erkennbar</i>	<i>nicht erkennbar</i>	
4	1,40	1,35	$1,38 \pm 0,05$
6	2,00	1,92	$1,96 \pm 0,05$
8	2,55	2,50	$2,53 \pm 0,05$

Die Daten werden wie bei den vorangegangenen Aufgaben graphisch veranschaulicht

(Graphik siehe Abb. 3 im Anhang).

Mit der Steigung m der Ausgleichsgeraden erhält man für den Spaltabstand:

$$\bar{s} = m \cdot \lambda \cdot d = 3,0878 \text{ cm}^{-1} \cdot 632,8 \text{ nm} \cdot 2,5 \text{ m} = 0,4885 \text{ mm}$$

Der statistische Fehler σ_m auf die Steigung m ist hier

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{5 \cdot \sum_{i=1}^5 (y_i - mx_i)^2}{4 \cdot (5 \cdot (\sum_{i=1}^5 x_i^2) - (\sum_{i=1}^5 x_i)^2)}},$$

wobei bei dieser Versuchsreihe wieder $N = 5$.

Durch Einsetzen der Werte erhält man:

$$\sigma_m = 0,093 \text{ cm}^{-1}$$

Den statistischen Fehler σ_s erhält man erneut durch das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial m}\right)^2 \cdot \sigma_m^2} = \left|\frac{\partial s}{\partial m} \cdot \sigma_m\right| = |\lambda d \sigma_m| = 0,015 \text{ mm}$$

Für den systematischen Fehler Δs ergibt sich wieder nach der Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta s = \left| \frac{\partial s}{\partial d} \right| \Delta d + \left| \frac{\partial s}{\partial m} \right| \Delta m + \underbrace{\left| \frac{\partial s}{\partial \lambda} \right| \Delta \lambda}_{\approx 0} = 0,006 \text{ mm} + 0,015 \text{ mm} = 0,021 \text{ mm}$$

Zusammenfassend lässt sich folgender Wert für den Spaltabstand s des Doppelspaltes angeben:

$$s = \bar{s} \pm \Delta s \pm \sigma_s = (0,488 \pm 0,021 \pm 0,015) \text{ mm}$$

Dieses Ergebnis stimmt im Rahmen der Messungenauigkeiten mit dem angegebenen Wert von $s = 0,5 \text{ mm}$ überein.

3.2 Beugung an einem Dreifachspalt

Es hat sich gezeigt, dass die Vorhersage aus der Vorbereitung bestätigt werden konnte.

Im Vergleich zum Doppelspalt werden beim Dreifachspalt (mit gleichem Spaltabstand und gleicher Spaltbreite) mehr Minima und Maxima sichtbar. Die Lage der Minima und Maxima 1. Klasse bleibt hingegen unverändert. Beim Vierfachspalt wird ein schärferes Interferenzbild beobachtet. Die Lage der Minima und Maxima 1. Klasse ist wiederum unverändert. Jedoch wurden innerhalb eines Maximums 1. Klasse mehrere Minima 2. Klasse beobachtet.

3.3 Beugung am Gitter; Gitterkonstante

In diesem Versuch ist die Gitterkonstante eines Strichgitters zu bestimmen. Dabei wird der Laser so aufgeweitet, dass das gesamte Gitter ausgeleuchtet wird. Das Interferenzmuster wird wieder auf Papier markiert. Für Beugungsmaxima ergaben sich die in Tabelle 6 aufgelisteten Werte.

Die dazugehörige Graphik befindet sich im Anhang (Abb. 4).

Die Gitterkonstante a ist der Kehrwert der Spaltbreite. Sie ergibt sich mit Hilfe der Steigung m der Ausgleichsgeraden zu

$$\bar{a} = \frac{1}{m \cdot \lambda \cdot d} = \frac{1}{0,828 \text{ cm}^{-1} \cdot 632,8 \text{ nm} \cdot 2,5 \text{ m}} = 76,3.$$

Tabelle 6: Lage der Maxima 1.Klasse

Ordnung n	Abstand (links) [cm]	Abstand (rechts) [cm]	Mittelwert x_m [cm]
1	1,25	1,20	$1,23 \pm 0,05$
2	2,43	2,40	$2,42 \pm 0,05$
3	3,60	3,60	$3,60 \pm 0,05$
4	4,85	4,85	$4,85 \pm 0,05$
5	6,05	6,00	$6,03 \pm 0,05$

Der statistische Fehler σ_m auf die Steigung m ist hier

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{5 \cdot \sum_{i=1}^5 (y_i - mx_i)^2}{4 \cdot (5 \cdot (\sum_{i=1}^5 x_i^2) - (\sum_{i=1}^5 x_i)^2)}},$$

wobei bei auch bei dieser Versuchsreihe N = 5.

Durch Eisetzten der Werte erhält man:

$$\sigma_m = 0,0042 \text{ cm}^{-1}$$

Den statistischen Fehler σ_a erhält man erneut durch das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial m}\right)^2 \cdot \sigma_m^2} = \left|\frac{\partial a}{\partial m}\right| \cdot \sigma_m = \left|\frac{1}{m^2 \lambda d}\right| \sigma_m = 0,4 \text{ cm}^{-1}$$

Für den systematischen Fehler Δb ergibt sich hier nach der Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta a = \left|\frac{\partial a}{\partial d}\right| \Delta d + \left|\frac{\partial a}{\partial m}\right| \Delta m + \underbrace{\left|\frac{\partial a}{\partial \lambda}\right| \Delta \lambda}_{\approx 0} = 0,9 + 0,4 = 1,3 \text{ cm}^{-1}$$

Zusammenfassend lässt sich folgender Wert für die Gitterkonstante angeben:

$$a = \bar{a} \pm \Delta a \pm \sigma_a = (76,3 \pm 1,3 \pm 0,4) \text{ cm}^{-1}$$

Dieses Ergebnis stimmt nicht mit dem angegebenen Wert von $a = 100$ überein. Womöglich liegt die Ursache darin begründet, dass trotz Auffächerung des Laserstrahles nicht das ganze Gitter ausgeleuchtet wurde.

3.4 Beugung am Kreuz- und Wabengitter

Die Betrachtung der Interferenzmuster von Kreuz- und Wabengitter ergab folgendes Ergebnis:

Ein Kreuzgitter (Quadrate) ergab ein kreuzförmiges Muster auf dem Schirm. Ein hexagonales Wabengitter ergab als Beugungsbild einen secharmigen Stern. Dies ist auch zu erwarten, da das Beugungsbild dieselbe Symmetrie wie das dazugehörige Objekt aufweist.

4 Abbildung nicht selbstleuchtender Gegenstände

Die Versuchsanordnung wurde wie in der Aufgabenstellung beschrieben aufgebaut.

Wenn nur die nullte Beugung durchgelassen wird, erscheint auf dem Schirm lediglich ein diffuser Fleck der Lichtquelle. Wenn die nullte und erste Beugung durchgelassen wird, kann man auf dem Schirm dunkle Streifen im Fleck erkennen, was der Abbildung des Gitters nahekommt.

Würde nur die erste Beugung durchgelassen, so würde sich die Anzahl der dunklen Linien verdoppeln, jedoch die Intensität der Abbildung abschwächen. Setzt man an Stelle des Gitters ein digitales Bild (Pixelbild) in den Strahlengang des Lasers, so wird durch Ausblenden der höheren Ordnungen und des dadurch einher gehenden Verlustes von Informationen über die genauen Ränder der Bildpunkte ein pixelfreies Bild erzeugt.

5 Holographie

Bei diesem Versuch wird ein Hologramm von einem aufgefächerten Laserstrahl beleuchtet. Das auf einem weißen Papierblatt aufgefangene Bild enthält die Wörter *LASER FOCUS*, wobei der Buchstabe C durch einen Schachspiel-Springer teilweise verdeckt wird. Je nach Platzierung des Blattes ist die Stellung des Springers unterschiedlich, was die Darstellung eines dreidimensionalen Bild beweist.