# Auswertung des Praktikum 2

Markus Engelhardt

Mai 2007

Die Daten, die dieser Auswertung zugrunde liegen, stammen aus einem Feldexperiment, dass vom 4. bis 6. Juli 2006 am Flugplatz in Linkenheim durchgeführt worden ist.

## Inhaltsverzeichnis

1	Datenaufbereitung	<b>2</b>	
2	Strahlungsbilanz und -komponenten	3	
3	Bodenwärmestrom		
	3.1 Bodentemperaturprofil	8	
	3.2 Bodenwärmestrom	15	
4	Ströme fühlbarer und latenter Wärme		
	4.1 Kovarianzmethode	16	
	4.2 Sverdrup-Methode	19	
6	Stabilitätsmaße	22	
7	Spektrum	28	

## 1 Datenaufbereitung

a) Vor Beginn der Auswertung werden die vorhandenen Daten den jeweiligen Aufgaben zugeordnet.

Tabelle 1: Auflistung der Daten bzw. Größen, die aus den zur Verfügung gestellten Dateien zur Auswertung benötigt werden

Aufgabe	Messgröße	Datei(en)	
1a	-	-	
1b	alle langsamen Größen	e-d0507, e-d0607	
2a	_	-	
2b CM7B, CG3		e-d0507, e-d0607	
2c	Aktinometermessung	Protokollblatt	
2d	_	_	
3.1a	Bd Temp 2, 4, 8, 16, 32, 64	e-d0507, e-d0607	
3.1b	-	-	
3.1c	CM7B, CG3, Strahlungstemperatur	e-d0507, e-d0607, Protokollblatt	
3.1d	-	-	
3.2	HFP01, HFP02, HFP03	e-d0507, e-d0607	
4.1a	w, T	e-s0507, e-s0607	
4.1b	HFP01, HFP02, HFP03	e-d0507, e-d0607	
4.1c	-	-	
4.2	HFP01, HFP02, HFP03	e-d0507, e-d0607	
6a	U, V, W, T	e-s 0507, e-s 0607, eigene Aufz.	
6b	U, V, W, T	e-s 0507, e-s 0607, eigene Aufz.	
6c	U, V, W, T	e-s 0507, e-s 0607, eigene Aufz.	
7a	-	-	
7b	-	-	
7c U, V, W, T		2s-0507, 2s-0607, eigene Aufz.	

b) Die Darstellung der Zeitreihen von allen zu verwendenden Daten ergibt im Allgemeinen keine signifikanten Abweichungen, die auf Messfehlern schließen lassen. Dies gilt vor allem, wenn die Zeitreihen erst ab 9 Uhr UTC des Messtages 2006-07-05 betrachtet werden. Lediglich bei den Daten der Wärmestromplatten sind die Daten auch nach diesem Zeitpunkt signifikant fehlerhaft. Hier muss auf die Auswertung der detaillierteren 10-Minuten-Daten verzichtet werden. Lediglich der Wert vor der vollen Stunde kann hier betrachtet werden. Zwei auch in diesen Daten auftretende unrealistische Werte um 20:50 Uhr UTC am 2006-07-05 und um 10:50 Uhr UTC am 2006-07-06 sind durch die jeweils benachbarten Werte interpoliert (Aufgabe 3.2).

## 2 Strahlungsbilanz und -komponenten

Die Strahlungsbilanz  $R_N$  ist ein Bestandteil der Energiebilanzgleichung.

a) Gleichung der Strahlungsbilanz in Komponentenschreibweise:

$R_N$	=	K' + L'	Strahlungsbilanz
K'	=	$K\downarrow -K\uparrow$	kurzwellige Bilanz
L'	=	$L\downarrow -L\uparrow$	langwellige Bilanz
$K\downarrow$	=	$I_h + H \equiv G$	einfallende kurzwellige Strahlung
$K\uparrow$	=	$a \cdot G = a \cdot (I_h + H)$	reflektierte kurzwellige Strahlung
$L\downarrow$			langwellige atmosphärische Gegenstrahlung
$L\uparrow$	=	$(1-\epsilon)L\downarrow+\epsilon\sigma T_B^4$	reflektierte atmosphärische Gegenstrahlung und
			eigenständig emittierte langwellige Strahlung
			(Stefan-Boltzmann-Gesetz)

Terme eingesetzt:

$$R_N = G - aG + L \downarrow -(1 - \epsilon)L \downarrow -\epsilon\sigma T_B^4 \tag{1}$$

$$= (1-a)(I_h + H) + \epsilon(L \downarrow -\sigma T_B^4)$$
(2)

mit  $I_h = I_s \cdot \cos z$  (Lambertsches Kosinusgesetz, siehe unten) erhält man:

$$R_N = (1-a)(I_s \cos z + H) + \epsilon(L \downarrow -\sigma T_B^4)$$
(3)

Bedeutung und Definition der verwendeten Terme:

 $- R_N =$ Strahlungsbilanz einer Fläche;

Energieflussdichte, die aufgrund der Gesamtstrahlung (kurz- und langwellig) netto der Fläche zugute kommt oder netto von ihr abgegeben wird.

- K' = Kurzwellige Bilanz einer Fläche;

Energieflussdichte, die netto aufgrund kurzwelliger Strahlung (0,3 bis ca. 4  $\mu$ m) der Fläche zugute kommt oder von ihr abgegeben wird.

- L' = Langwellige Bilanz einer Fläche; Energieflussdichte, die netto aufgrund langwelliger Strahlung (ab ca. 4 bis 100  $\mu$ m) einer Fläche zugute kommt oder netto von ihr abgegeben wird.
- $K \downarrow \equiv G =$ Globalstrahlung;

Kurzwellige Strahlung, die auf eine horizontale Fläche aus dem oberen Halbraum auftrifft.

- -<br/> $K\uparrow=$ kurzwellige Reflex<br/>strahlung ausgehend vom unteren Halbraum
- -a = Albedo;

Verhältnis von  $K \uparrow$  und  $K \downarrow$ , d.h. von reflektierter kurzwelliger Strahlung zu kurzwelliger Einstrahlung, wobei die kurzwellige Einstrahlung  $K \downarrow$  identlisch der Globalsrahlung G ist  $(K \downarrow \equiv G)$ 

- $-I_h$  = direkte Sonnenstrahlung (aus dem Raumwinkel der Sonne) auf eine horizontale Fläche
- $-I_s$  = direkte Sonnenstrahlung (aus dem Raumwinkel der Sonne) auf eine Fläche senkrecht zur Strahlrichtung. (Wenn von direkter Sonnenstrahlung ohne nähere Erläuterung gesprochen wird, so ist auf die getroffene Unterscheidung zu achten!)

- H = Himmelsstrahlung kurzwellige Strahlung auf horizontale Fläche aus oberem Halbraum unter Ausschluss der Strahlung aus dem Raumwinkel der Sonne (Globalstrahlung minus direkte Sonnenstrahlung (auf horizontale Fläche)).
- L ↓ = Langwellige atmosphärische Gegenstrahlung;
   Strahlung auf horizontale Fläche aus dem oberen Halbraum aufgrund der thermischen Strahlung der Wolken, Aerosole und atmosphärischen Gase (insbesondere der Treibhausgase). (Hierbei handelt es sich um eine eigenständige Strahlung, nur ganz geringe Anteile stellen Reflektionen der langwelligen Ausstrahlung des Bodens dar.)
- $-(1-\epsilon)L$  ↓ = am Boden reflektierter Anteil der langwelligen atmosphärischen Gegenstrahlung
- $-\epsilon\sigma T_B^4$  = Stefan-Boltzmann-Gesetz (Integral des plankschen Strahlungsgesetzes über alle Wellenlängen) = langewellige Ausstrahlung aus unterem Halbraum ( $\epsilon$  = Emissionskoeffizient,  $\sigma$  = Stefan-Boltzmann-Konstante,  $T_B$  = Strahlungstemperatur der betrachteten Oberfläche in Kelvin)
- $-\epsilon$  = Emissions- bzw. Absorptionskoeffizient im langwelligen Bereich gemäß dem kirchhoffschen Strahlungsgesetz (für einen schwarzen Körper gilt  $\epsilon = 1$ )
- $-\sigma =$ Stefan-Boltzmann-Konstante  $= 5,6704 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$
- b) Bestimmung der Strahlungsbilanz aus den Daten der beiden Albedometer (Pyranometer, Pyrgeometer):

Die Daten der beiden Albedometer enthalten die Werte für die kurzwellige Einstrahlung (Globalstrahlung)  $K \downarrow$ , die kurzwellige Reflexstrahlung  $K \uparrow$ , die langwellige Ausstrahlung  $L \uparrow$  sowie die langwellige atmosphärische Gegenstrahlung  $L \downarrow$ . Hieraus ergibt sich die Strahlungsbilnaz  $R_N$  zu

$$R_N = K \downarrow -K \uparrow -L \uparrow +L \downarrow \tag{4}$$

Die Daten der beiden Albedometer finden sich in den Dateien e-d0507 (für den 5. Juli) und e-d0607 (für den 6. Juli). Die spaltenweise angeordneten Werte sind in Millivolt (mV) angegeben. Die Empfindlichkeit des Pyranometers ist für die Globalstrahlung 13,13  $\frac{\mu V}{Wm^{-2}}$  und für die Reflexstrahlung 13,15  $\frac{\mu V}{Wm^{-2}}$ . Die Empfindlichkeit des Pyrgeometers ist für die langwellige Ausstrahlung 8,65  $\frac{\mu V}{Wm^{-2}}$  und für die langwellige atmosphärische Gegenstrahlung 8,25  $\frac{\mu V}{Wm^{-2}}$ . Beim Pyrgeometer muss die Körpertemperatur des Sensores berücksichtigt werden.

<u>Hinweis</u>: Da die Körpertemperatur des oberen Sensores nicht angegeben ist, muss sie abgeschätzt werden. Es ist dabei naheliegend die Körpertemperatur des unteren Sensores zu verwenden.

Die Darstellung der Strahlungsbilanz ist im Aufgabenteil d zu finden.

- c) Bestimmung aller Komponenten der Strahlungsbilanz, die zu bestimmen aufgrund der vorliegenden Messungen möglich sind: Vier Komponenten der Strahlungsbilanz sind bereits zur Bestimmung der Strahlungsbilanz im Aufgabenteil b bestimmt worden. Dies sind
  - die Globalstrahlung,
  - die kurzwellige Reflexstrahlung,
  - die langwellige Ausstrahlung sowie
  - die langwellige atmosphärische Gegenstrahlung.

Mit Hilfe der Messungen des Aktinometers kann die Globalstrahlung in ihre zwei Komponenten aufgeteilt werden: die direkte Sonnenstrahlung und die diffuse Himmelsstrahlung. Dazu werden die Spannungswerte der Aktinometermesungen (ohne Blende) erst temperaturkorrigiert. Die Empfindlichkeit des Aktinometers beträgt 11  $\frac{mV}{calcm^{-2}min^{-1}} = 15,767 \frac{\mu V}{Wm^{-2}}$ . Hieraus ergibt sich die direkte Sonnenstrahlung auf eine Fläche senkrecht zur Strahlrichtung I<sub>s</sub>. Um die direkte Sonnenstrahlung auf eine horizontale Fläche I<sub>h</sub> zu erhalten, muss das Lambertsche Kosinusgesetz  $(I_h = I_s \cdot \cos z)$  angewandt werden. Der dazu benötigte Winkel z ist der Zenitdistanzwinkel der Sonne zum Zeitpunkt der Messung.

Die diffuse Himmelsstrahlung H errechnet sich aus der Differnz zwischen der zuvor ermittelten Globalstrahlung G und der direkten Sonnenstrahlung auf eine horizontale Fläche  $I_h$  ( $H = G - I_h$ ).

 d) Übersicht aller ermittelbaren Strahlungsbilanzkomponenten sowie der Strahlungsbilanz im Tagesgang:



Tagesgang der Strahlungsbilanz und der einzelnen Komponenten

Aus dem Tagesgang der Strahlungsbilanzkomponenten ergeben sich folgende Charakteristika:

– Die Direktstrahlung und die Diffusstrahlung liegen während der Mittagsstunden bei etwa 400 bis 500  $\frac{W}{m^2}$ . Die Globalstrahlung erreicht dann Werte von 900  $\frac{W}{m^2}$ . Bei ungehinderter Sonneneinstrahlung (wie es am 5. Juli 2006 der Fall war) ist die Direktstrahlung größer als die Diffusstrahlung. Doch bereits bei geringer Wolkendecke (6. Juli 2006) fällt die Direktstrahlung deutlich ab.

– Die Reflexstrahlung liegt am Tage zwischen 150 und 200  $\frac{W}{m^2}$  und unterliegt dabei nur geringeren Schwankungen. Auch während kurzzeitiger Bedeckungsphasen am 6. Juli 2006 sinkt sie nicht unter 100  $\frac{W}{m^2}$  ab.

Alle kuzwelligen Strahlungsbilanzkomponenten liefern während der Nachtstunden natürlich keinen Beitrag zur Strahlungsbilanz.

- Die langwelligen Komponenten der Strahlungsbilanz, die Ausstrahlung und die atmosphärische Gegenstrahlung, liegen sowohl am Tage als auch in der Nacht zwischen 400 und 550  $\frac{W}{m^2}$ . Dabei ist die Ausstrahlung vom Betrage stets höher als die Gegenstrahlung. Dieser Unterschied ist tagsüber größer und erreicht Werte von mehr als 100  $\frac{W}{m^2}$ . In der Nacht bestimmen diese beiden Strahlungsarten allein die Strahlungsbilanz.
- Die Strahlungsbilanz ist tagsüber positiv und erreicht etwa 650  $\frac{W}{m^2}$ . Auch bei leichter Bewölkung ist sie mit Werten um 400  $\frac{W}{m^2}$  immer noch sehr hoch. In der Nacht ist die Strahlungsbilanz leicht negativ und liegt bei etwa -20  $\frac{W}{m^2}$ .

## 3 Bodenwärmestrom

#### 3.1 Bodentemperaturprofil

a) Das folgende Diagramm zeigt die Bodentemperaturprofile zu verschiedenen Uhrzeiten. Dabei ist die Uhrzeit in UTC angegeben. Die Oberflächentemperatur ergibt sich aus der linearen Extrapolation der beiden Temperaturwerte in 2 und 4 Zentimeter Tiefe.



## Bodentemperaturprofile in Tautochronendarstellung

- b) Der Tagesgang der Tautochronen weist folgende Eigenheiten auf:
  - Alle Tautochronen starten von einem gemeinsamen Wert von etwa 19 Grad Celsius in 64 Zentimeter Bodentiefe. Zu allen Uhrzeiten nimmt die Temperatur des Bodens nach oben hin bis zu einer Bodentiefe von 20 Zentimetern um etwa 3 bis 5 Kelvin zu. Von dort bis zur Oberfläche unterscheiden sich die Tautochronen im Tagesgang jedoch erheblich.
  - Von 8 Uhr bis 18 Uhr UTC nimmt die Temperatur in den obersten 20 Zentimetern des Bodens weiter zu. Dabei ist diese Zunahme in den Morgen- und Abendstunden mit etwa 10 Kelvin bereits ausgeprägt zu erkennen, in den Mittagsstunden mit bis über 20 Kelvin hingegen sogar sehr markant. Diese Zunahme der Bodentemperatur steht im direkten Zusammenhang mit der kurzwelligen Einstrahlung im Tagesverlauf.
  - Um 20 Uhr UTC (22 Uhr MESZ) nimmt die Temperatur zwischen 20 und 10 Zentimeter Bodentiefe um etwa 3 Kelvin zu. Von

dort bis zur Oberfläche bleibt der Boden jedoch weitgehend isotherm, da ab dieser Tageszeit die Energiezufuhr aus der kurzwelligen Strahlung ausbleibt.

- Von 22 Uhr bis 4 Uhr UTC erreicht die Bodentemperatur in 10 bis 15 Zentimeter Tiefe ein Maximum bei etwa 23 Grad Celsius. Von dort bis zur Bodenoberfläche geht die Temperatur wieder zwischen 2 Kelvin (in der ersten Nachthälfte) und 3 Kelvin (gegen Ende der Nacht) zurück. Der Bodenwärmestrom ist in dieser Bodenschicht nach oben gerichtet. An der Oberfläche wird durch fehlende kurzwellige Einstrahlung und weiter vorliegender langwelliger Ausstrahlung Energie an die Atmosphäre abgegeben.
- Um 6 Uhr UTC besitzt das Bodentemperaturprofil einen einzigartigen Verlauf. Die Temperatur nimmt von 64 Zentimeter bis 15 Zentimeter Bodentiefe zu und erreicht dort ihr Maximum bei etwa 22 Grad Celsius. Von hier bis in 4 Zentimeter Bodentiefe nimmt sie wieder um 1 Kelvin ab und erreicht dort ein Nebenminimum. Schließlich steigt die Bodentemperatur bis zur Oberfläche wieder um etwa 1 Kelvin an.

Das Maximum in 15 Zentimeter Bodentiefe liegt in der Einstrahlung des Vortages begründet. Das Minimum in 4 Zentimeter Bodentiefe resultiert aus der Ausstrahlung während der Nacht. Die Zunahme der Temperatur in den obersten Zentimetern des Bodes ist bereits aus der Einstrahlung des neuen Tages zurückzuführen.

c) Das folgende Diagramm zeigt die Tagesgangverläufe der Oberflächentemperatur aus verschiedenen Bestimmungsverfahren und zwar die per Extrapolation gewonnen Werte, die Temperaturen, die aus den Pyrgeometer-Messungen berechnet wurden, sowie die aus den Strahlungsthermometer-Messungen vorliegenden Strahlungstemperaturwerte:



Oberflächentemperatur aus verschiedenen Bestimmungsverfahren

Bei allen drei Tagesgangverläufen liegt das Maximum der Temperatur am ersten Tag zwischen 14 und 15 Uhr UTC. Dies ergibt sich aus der an diesem Tag nur geringen Bewölkung und der dadurch hohen kurzwelligen Einstrahlung, die erst in den Abendstunden ab etwa 18 Uhr MESZ (16 UTC) merklich zurückgeht. Die nachfolgende Abnahme der Bodenoberflächentemperatur hält bei allen drei Kurven bis 21 UTC an. Zu diesem Zeitpunkt begannen sich eine Reihe von Gewittern am Beobachtungsort zu entladen. Die damit verbundene dichte Bewölkung verhinderte eine weitere Ausstrahlung und Abkühlung der Bodenoberfläche. Ihre Temperatur blieb bis etwa 3 Uhr UTC des Folgetages nahezu konstant. Bei allen drei Messverfahren ist ein Minimum um 4 Uhr UTC festzustellen. Diesen Minimum resultiert aus dem Aufklaren des Himmels ab 3 Uhr UTC und der damit verbundenen Ausstrahlung des Bodens. Von diesem Zeitpunkt, dem Sonnenaufgang an diesem Ort, bis etwa 11 Uhr UTC nimmt die Oberflächentemperatur des Bodens wieder zu, wobei die Maximawerte des Vortages nicht erreicht werden. Der an diesem Tag herrschende wolkige Himmel verhinderte eine ungestörte Einstrahlung des Sonnenlichtes. Kennzeichnend für solche Tage sind auch mäßige Temperaturschwankungen innerhalb von weniger als einer Stunde.

Der auffälligste Unterschied zwischen den Tagesgangverläufen der Bodenoberflächentemperatur ist, dass die extrapolierten Werte am ersten Tage um 10 bzw. 15 Kelvin über den berechneten und den gemessenen Werten liegen. Der naheliegenste Grund hierfür ist, das die Extrapolationsvorschrift nicht zutreffend ist. Auch geringe Abweichungen der Sensoren in 2 und 4 Zentimetern Bodentiefe können erhebliche Unterschiede in den extraplierten Werten führen. Kleine Risse an der Bodenoberfläche führen dazu, dass die kurzwellige Strahlung geringfügig in den Boden eindringt und den Sensor in 2 Zentimeter Tiefe direkt beeinflusst. Gestützt wird diese Annhame dadurch, dass während der Nachtstunden, also bei fehlender kurzwelliger Einstrahlung, die extrapolierte Bodenoberflächentemperatur nahezu identisch mit der berechneten ist.

Die gemessene Strahlungstemperaturwerte liegen am ersten Tage durchwegs etwa 5 Kelvin unter den berechneten Oberflächentemperaturen. In der erseten Nachthälfte wurden aufgrund von Gewittern keine Messungen durchgeführt. Auch in der zweiten Nachthälfte und am zweiten Tage liegen die gemesenen Werte um 3 Kelvin unter den berechneten. Bei den Messungen der Strahlungstemperatur zeigt sich, dass die Werte sehr stark vom Messort abhängig sind. Auch eine geringe Variation der Höhe des Messsensores führt zu erheblichen Unterschieden von mehrenen Kelvin. Schließlich muss erwähnt werden, dass zwischen den Messverfahren systematische Fehler nicht ausgeschlossen werden können, da vor den Messungen kein Abgleich der unterschiedlichen Messsysteme untereinander unter gleichen Bedingungen stattgefunden hat.

d) Das folgende Diagramm zeigt die Temperaturtagesgänge in verschiedenen Tiefenstufen. Als Oberflächentemperatur wird die aus den Bodentemperaturwerten extrapolierte Temperatur verwendet, da diese naheliegenderweise am besten zu den Temperaturverläufen in den einzelnen Tiefenstufen passt.



#### Tagesgang der Temperatur in verschiedenen Bodentiefen

- An der Oberfläche schwankt die Temperatur von 19 bis 47 Grad Celsius. Dabei wird der höchste Wert vier Stunden nach Sonnenhöchststand erreicht, da die Oberfläche unmittelbar der kurzwelligen Einstrahlung ausgesetzt ist und diese zu überwiegenden Teil absorbiert. Der niedrigste Wert wird hingegen kurz vor Sonnenaufgang erreicht. Erst wenn die Erwärmung durch die zunehmende kurzwellige Einstrahlung die Abkühlung durch die Ausstrahlung übertrifft, kehrt sich die Temperaturänderung an der Oberfläche wieder um.
- In 2 Zentimeter Bodentiefe ist der Tagesgang im Vergleich zur Oberfläche kaum verändert. Die Temperaturdifferenz ist jedoch von 28 Kelvin an der Oberfläche auf 19 Kelvin zurückgegeangen, was vor allem an der niedrigeren Maximaltemperatur liegt. Dies liegt daran, dass die aufgenommene Energie der Oberfläche nicht vollständig durch den Bodenwärmestrom in den Untergrund wei-

tergegeben wird, sondern auch als Strom fühlbarer Wärme an die Atmosphäre abgegeben wird.

- Nur 2 Zentimeter tiefer, also in 4 Zentimetern Boentiefe, hat sich die Amplitude fast halbiert. Der Zeitpunkt der Maximal-, sowie der Minimaltemperaturen liegen auch hier noch unverändert im Vergleich zu den darüber liegenden Bodenschichten.
- Nach einer weiteren Verdoppelung der Bodentiefe auf 8 Zentimeter hat sich die Amplitude erneut fast halbiert und liegt hier bei 5 Kelvin. Die Maxmimal- und Minimaltemperatur liegen jeweils um eine Stunde verschoben, wodurch die Trägheit des Bodens hier zum ersten Mal bemerkbar macht.
- In 16 Zentimeter Bodentiefe unterscheidet sich die Temperatur im Tagesgang nur noch um 2 Kelvin. Das Maximum der Temperatur wird hier erst bei Sonnenuntergang um 19 Uhr UTC erreicht, das Minimum erst um 9 Uhr UTC, also 5 Stunden nach Sonnenaufgang.

Wie den Tautochronen ebenfalls zu entnehmen ist, liegt in dieser Bodentiefe zwischen 21 und 6 Uhr UTC die höchste Temperatur des Bodens vor.

- In einer Bodentiefe von 32 Zentimetern hat sich die Temperaturdifferenz auf nur mehr 0,5 Kelvin reduziert. Die Extemtemperaturen liegen im Vergleich zur Oberfläche um etwa 10 Stunden verschoben, was eine Phasenverschiebung um fast eine halbe Wellenlänge der Temperaturschwingung im Tagesverlauf darstellt.
- In 64 Zentimeter Bodentiefe ist nur ein sehr geringer Tagesgang der Temperatur feststellbar. Die Temperaturdifferenz liegt bei nur 0,2 Kelvin. Das Maximum der Temperatur, das zwischen 11 und 14 Uhr UTC liegt, ist hier im Vergleich zur Oberfläche um fast einen Tag, das Minimum, das zwischen 16 und 17 Uhr liegt, um 12 Stunden verschoben.

Somit ist hier die Grenze der Beeinlussbarkeit der Bodentemperatur vom Tagesgange der Bodenoberflächentemperatur erreicht.

#### 3.2 Bodenwärmestrom

Im folgenden Diagramm ist der von drei Wärmestromplatten räumlich gemittelte Bodenwärmestrom im Tagesgang dargestellt:



#### Tagesgang des räumlich gemittelten Bodenwärmestromes

#### Anmerkung:

Die drei Wärmestromplatten, deren Daten für das obige Diagramm verwendetet wurden, besitzen eine Selbstkalibrierfunktion, die die Messdaten beeinflusst. Alle Daten zur vollen Stunde sind somit unbrauchbar. Auch die ersten der fünf Werte zwischen den vollen Stunden sind davon betroffen, da sie alle einen abfallenden Verlauf vorgeben. Um eine möglichst unbeeinflusste Datengrundlage auswerten zu können sind hier nur die jeweils letzten Werte vor der vollen Stunde berücksichtigt worden. Zwei auch in diesen Daten auftretende unrealistische Werte um 20:50 Uhr UTC am 2006-07-05 und um 10:50 Uhr UTC am 2006-07-06 sind durch die jeweils benachbarten Werte interpoliert.

Am ersten Tag des betrachteten Messzeitraumes liegt das Maximum des Bodenwärmestromes bei 65  $Wm^{-2}$ . Ab 15 Uhr UTC (17 Uhr MESZ) beginnt ein kontinuierlicher, fast linearer Abfall des Bodenwärmestromes, bis er schließlich gegen 19:30 Uhr UTC. Anschließend ist der Bodenwärmestrom negativ, also nach oben zur Oberfläche hin gerichtet. Die während der Nacht erreichten (negativen) Werte liegen auch dem Betrage nach deutlich unter den Werten des Tages und erreichen ein Minimum von etwa -20  $Wm^{-2}$  gegen 0 Uhr UTC. Ab etwa 5 Uhr UTC steigt der Bodenwärmestrom wieder merklich an und wechselt um 6 Uhr UTC erneut das Vorzeichen. Der jetzt wieder positive Bodenwärmestrom steigt am Vormittag der zweiten Tages wieder fast linear an und erreicht um 10 Uhr UTC mit 66  $Wm^{-2}$  das Maximum dieses Tages. Aufgrund von zunehmender Bewölkung und deshalb geringer werdender kurzwelligen Einstrahlung wird das Maximum schon vor Sonnenhöchststand erreicht.

Mögliche Fehlerquellen bei den Messungen enstehen einerseits durch unterschiedliche Wärmeleitfähigkeiten zwischen den Wärmestromplatten und dem darunter befindlichen Boden. Anderseits enstehen auch Fehler an den Ecken der Platten, die ungenügend duch die Temperaturmessung erfasst werden (van Loon et al., 1998).

### 4 Ströme fühlbarer und latenter Wärme

#### 4.1 Kovarianzmethode

a) Für die Berechnung der vertikalen Flüsse von Masse und Energie werden die gewonnenen Zeitreihen von Temperatur, Wasserdampf und Spurenstoffkonzentrationen mit den Zeitreihen der vertikalen Windgeschwindigkeit multipliziert:

$$F = w \cdot \phi \tag{5}$$

Hier ist w die vertikale Komponente des Windvektors und  $\phi$  eine skalare Eigenschaft der Atmosphäre.

Da Luftbewegungen und Stofftransporte in der planetarischen Grenzschicht der Atmosphäre (fast) ausschließlich turbulent erfolgen, können die Momentanwerte von w und  $\phi$  zu diesem Zweck in je einen mittleren und in einen turbulenten Anteil zerlegt werden (Reynolds- Zerlegung):

$$w = w + w' \tag{6}$$

$$\phi = \phi + \phi' \tag{7}$$

Hier sind  $\phi$  so wie w die mittleren Anteile und  $\phi'$  so wie w' turbulente Anteile.

Setzt man die Gleichungen (6) und (7) in Gleichung (5) ein und bildet das zeitliche Mittel über ein geeignetes Mittelungsintervall, so erhält man die mittlere Eigenschaftsflussdichte:

$$F = \overline{(\overline{w} + w')(\overline{\phi} + \phi')} \tag{8}$$

$$F = \bar{w}\bar{\phi} + \bar{w}\bar{\phi}' + \bar{w}'\bar{\phi} + \overline{w'\phi'} \tag{9}$$

Da die Mittel der turbulenten Anteile immer Null sind, vereinfacht sich die Gleichung (9) zu:

$$F = \bar{w}\bar{\phi} + \overline{w'\phi'} \tag{10}$$

Unter der Annahme, dass die Strömung im Mittel nur horizontal verläuft und somit der mittlere Vertikalwind ebenfalls Null ist (und damit Stofftransporte nur turbulent erfolgen), folgt:

$$F = w'\phi' \tag{11}$$

Gleichung (11) beschreibt den turbulenten Fluss nur dann korrekt, wenn die Turbulenz stationär ist und das Mittelungsintervall für die Reynolds-Zerlegung so groß ist, dass auch alle niedrigfrequenten Anteile der turbulenten Strömung erfasst werden. *Baldocchi et al.* (1988) diskutieren die notwendige Länge des Intervalls und geben für eine Zeitspanne von 2000 Sekunden ( $\approx 33$  Minuten) eine Fehlabschätzung der turbulenten Flüsse von 10 Prozent an. Dieser Betrag ließe sich theoretisch durch längere Mittelungsintervalle reduzieren, was praktisch aber kaum möglich ist, da dann die geforderte Stationarität der Messreihen in der Regel nicht mehr gegeben ist und andere, nicht turbulente dynamische Effekte (z.B. der Tagesgang der betrachteten Eigenschaft) die Messungen verfälschen würden. Gleichung (11) ist Ausgangspunkt für die Berechnung vertikaler Stoff- und Energieflüsse mit Hilfe der Kovarianzmethode. Es ist wichtig festzuhalten, dass immer nur der turbulente Anteil von F erfasst werden kann. Stromdichten mit einer mittleren vertikalen Strömung werden dagegen nicht berücksichtigt.

Anwendung findet die Methode in der Mikrometeorologie traditionell bei der Bestimmung des vertikalen fühlbaren Wärmeflusses H:

$$H = \rho c_p \cdot \overline{w'T'} \tag{12}$$

Hier sind  $\rho$  die Dichte feuchter Luft in  $\frac{kg}{m^3}$ ,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität der Luft in  $\frac{J}{Kkq}$  und T die Lufttemperatur in K.

Im Falle der vorliegenden Messungen werden Mittelwerte über jeweils 30 Minuten gebildet (siehe Graphik unter Teilaufgabe 4c).

b) Die Flussdichte latenter Wärme  $H_L$  ergibt sich nun als Restglied aus den Energiebilanztermen:

$$H_L = R_G - H - H_B \tag{13}$$

Hier sind  $R_G$  die Strahlungsbilanz, H die Flussdichte der fühlbaren Wärme und  $H_B$  der Bodenwärmestrom .

Es muss erwähnt werden, dass bei dieser Methode zur Bestimmung der Flussdichte latenter Wärme alle Fehler der übrigen Glieder der Energiebilanzgleichung in diese Größe einfließen.

c) Das folgende Diagramm zeigt die einzelnen Bilanzglieder der Energiebilanzgleichung. Dabei sind die Größen der einzelnen Komponenten zur besseren Vergleichbarkeit auf eine Stunde gemittelt.



Tagesgang der Strahlungsbilanzglieder

Der Tagesgang der Globalstrahlung ist unter Punkt 2 erläutert. Auffällig ist hier, dass der Tagesgang der Flussdichte latenter Wärme dem Tagesgang der Globalstrahlung sehr ähnlich ist. Dies begründet sich aus dem Standort einer feuchten Wiese und der hohen Sonneneinstrahlung am Tage. Dadurch liegen die Maxima der Flussdichte latenter Wärme an beiden Tagen über 700  $\frac{W}{m^2}$ . Der Bodenwärmestrom und der Strom fühlbarer Wärme sind am Tage etwa eine Größenordung (Faktor 10) kleiner als die anderen beiden Glieder der Strahlungsbilanz. Die Energie aus der Sonneneinstahlung fließt somit zum überwiegenden Teil in den Strom latenter Wärme. Der Bodenwärmestrom ist am Tage durchwegs größer als der Strom fühlbarer Wärme. Während der Nacht sind beide negativ, aber auch hier ist der Bodenwärmestrom dem Betrage nach größer.

#### 4.2 Sverdrup-Methode

Die Sverdrup-Methode, auch Bowen-Verhältnis-Methode genannt, ist eine Methode zur Bestimmung der Ströme fühlbarer und latenter Wärme.

Gemäß dem Gradientansatz gilt für den Fluss fühlbarar Wärme

$$H = -\rho \cdot c_p \cdot K \cdot \frac{\Delta T}{\Delta z} \tag{14}$$

und für den Fluss latenter Wärme

$$H_L = -\rho \cdot L_v \cdot K \cdot \frac{\Delta q}{\Delta z} \tag{15}$$

 $\rho$  = Dichte der Luft

 $c_p$  = spezifische Wärme der Luft bei konstantem Druck

K =turbulenter Diffusionskoeffizient

 $\Delta T$  = Temperaturdifferenz über  $\Delta z$ 

 $\Delta z = \text{H\"o}\text{hendifferenz}$ 

 $L_v$  = Verdampfungswärme

 $\Delta q = \text{Differenz der spezifischen Feuchte}$ 

Das Bowen-Verhältnis ist folgendermaßen definiert:

$$Bo = \frac{H}{H_L} = \frac{-\rho \cdot c_p \cdot K \cdot \frac{\Delta T}{\Delta z}}{-\rho \cdot L_v \cdot K \cdot \frac{\Delta q}{\Delta z}} = \frac{c_p \cdot \Delta T}{L_v \cdot \Delta q}$$
(16)

Es ergibt sich somit durch Messung der Temperaturdifferenz und der Differenz der spezifischen Feuchte. Über die Höhendifferenz, über die Temperatur und die spezifische Feuchte zu messen sind, macht diese Gleichung keine Aussage. Die Erfahrung zeigt, dass die Höhendifferenz so groß sein sollte, dass die Temperaturdifferenz und die Differenz der spezifischen Feuchte gut messbar sind (bei bodennahen Bedingungen  $\Delta z \approx 4 m$ , weiter oben wird eine größere Differenz benötigt).

Bestimmung der Flussdichte latenter Wärme  $H_L$ :

$$R_N = H + H_L + H_G$$

$$R_N - H_G = H + H_L$$

$$H_L(\frac{H}{H_L} + 1) = R_N - H_G$$

$$H_L(Bo + 1) = R_N - H_G$$

$$H_L = \frac{R_N - H_G}{Bo + 1}$$

Bestimmung der Flussdichte fühlbarer Wärme H:

$$R_N - H_G = H + H_L$$

$$H(\frac{H_L}{H} + 1) = R_N - H_G$$

$$H(\frac{1}{Bo} + 1) = R_N - H_G$$

$$H = \frac{R_N - H_G}{\frac{1}{Bo} + 1}$$

$$H = Bo\frac{R_N - H_G}{Bo + 1}$$

Zusammenfassend gilt für die Flussdichten latenter und fühlbarer Wärme unter Verwendung des Bowen-Verhältnisses:

$$H_L = \frac{R_N - H_G}{\frac{c_p \Delta T}{L_v \Delta q} + 1}$$
$$H = \frac{c_p \Delta T}{L_v \Delta q} \cdot \frac{R_N - H_G}{\frac{c_p \Delta T}{L_v \Delta q} + 1}$$

Im folgenden Diagramm ist der Tagesgang der Flussdichten latenter und fühlbarer Wärme dargestellt. Dabei wurden jeweils 10 Minuten-Mittel berechnet.



Wie bereits unter Punkt 4c erwähnt ist die Flussdichte latenter Wärme am Tage etwa eine Größenordnung größer (Faktor 10) als die Flussdichte fühlbarer Wärme, was sich aus dem Standort einer feuchten Wiese und der hohen Sonneneinstrahlung am Tage erklärt. Die Flussdichte latenter Wärme ist somit stark von der Sonneneinstrahlung abhängig und fällt bei zeitweiser Bedeckung des Himmels deutlich ab. Dies ist besonders am zweiten Tage zu erkennen. Während der Nacht bleibt die Flussdichte schwach positiv mit Werten von etwa 20  $\frac{W}{m^2}$ . Der Strom fühlbarer Wärme ist hingegen zwischen 18 Uhr UTC und 5 Uhr UTC nahezu verschwunden.

### 6 Stabilitätsmaße

a) Bei der Beschreibung der Stabilität einer atmosphärischen Schichtung wird in der Regel wird zwischen dynamischer und statischer Stabilität unterschieden. Eine Schichtung ist statisch stabil, wenn weniger dichte Luft (feuchtere oder wärmere Luft) über dichterer Luft liegt. Die dynamische Stabilität beschreibt, was mit einem Luftpaket geschieht, wenn es in der Vertikalen ausgelenkt wird. Die Fluss-Richardson-Zahl  $R_f$  beschreibt die dynamische Stabilität als Verhältnis zwischen der Produktion und dem Verbrauch von turbulenter kinetischer Energie (TKE) durch konvektive Prozesse und der Produktion von TKE durch Windscherung und lässt sich folgendermassen beschreiben:

$$R_f = \frac{-g\frac{\overline{w'T}}{T}(1+\frac{0.07}{\beta})}{-\overline{u'w'}\frac{\partial\bar{u}}{\partial z} - \overline{v'w'}\frac{\partial\bar{v}}{\partial z}}$$
(17)

Der Korrekturfaktor  $\frac{1+0.007}{\beta}$  wurde eingeführt, um die Produktion konvektiver Energie durch Wasserdampf zu beschreiben (Lumley and Panofsky, 1964). Hierbei ist  $\beta$  das Bowen-Verhältnis.

Für den betrachteten Messzeitraum ergibt sich folgender Tagesgang der Fluss-Richardson-Zahl:



Die Fluss-Richardsonzahl im Tagesverlauf

b) Für die Fluss-Richardson-Zahl benötigt man die Kenntnis der Gradienten der Windgeschwindigkeit, die nicht immer gegeben sind. Es ist leichter, Differenzen zu messen, weshalb man stattdessen oft die Bulk-Richardson-Zahl verwendet. Stehen Differenzmessungen zwischen der Bodenoberfläche und einem Niveau z der Atmosphäre zur Verfügung, so ergibt sich für die Bulk-Richardson-Zahl:

$$R_b = \frac{g}{\Theta(z)} \cdot \frac{(\Theta(z) - \Theta_0) \cdot z}{\bar{v}^2(z)} \cdot \left(1 + \frac{0,07}{\beta}\right)$$
(18)

Hierbei sind  $\Theta(z)$  die potenzielle Temperatur im Niveau z und  $\Theta_0$  die potenzielle Temperatur am Boden. Für geringe Höhen (bis etwa 150 Meter) kann an Stelle der potenziellen Temperatur  $\Theta$  die Lufttemperatur T eingesetzt werden.

Für den Tagesgang der Bulk-Richardson-Zahl ergibt sich folgender Verlauf:



Die Bulk-Richardsonzahl im Tagesverlauf

c) In der bodennahen Grenzschicht (engl.: surface layer), den untersten 10 Prozent der planetaren Grenzschicht (Stull, 1988), können, bei horizontal homogenen Bedingungen, die vertikalen Variationen turbulenter Flüsse als beinahe konstant (Variation kleiner als 10 Prozent) angenommen werden (Panofsky and Dutton, 1984), weshalb die Prandtl-Schicht gelegentlich auch als Schicht konstanter Wärmeflüsse (engl.: constant flux layer) bezeichnet wird.

Die turbulenten Eigenschaften der Strömung in der Prantl-Schicht können durch vier voneinander unabhängige Variablen beschrieben werden: der Höhe z, der Schubspannungsgeschwindigkeit u\*, dem kinematischen Wärmefluss am Boden und dem temperaturbedingten Auftrieb  $\frac{g}{q}$ . Dies ist die zentrale These (Arya, 1988) der von Monin and Obukhov (1958) im Jahre 1954 erstmals in russisch vorgestellten Theorie, die im heutigen Sprachgebrauch als Monin-Obukhov-Ähnlichkeitstheorie in praktisch allen Lehrbüchern (Stull, 1988; Panofsky and Dutton, 1984) vorgestellt wird.

Die Ähnlichkeitstheorie benötigt für die Beschreibung der bodennahen Grenzschicht drei sogenannte Skalierungsgrössen, mit deren Hilfe dimensionslose Gruppen gebildet werden. Wegen der Bedeutung der turbulenten Flüsse von Impuls und fühlbarer Wärme führten Monin and Obukhov (1958) Skalierungsvariablen für die Geschwindigkeit (Schubspannung  $\tau$  und Schubspannungsgeschwindigkeit  $u^*$ ) und die skalierte Temperatur  $(q_*)$  ein.

Als vierte Grösse muss eine Länge definiert werden, mit welcher die Höhe z skaliert werden kann und die Autoren führten die charakteristische Länge L ein, die heute Monin-Obukhov-Länge genannt wird und die anschaulich als diejenige Höhe betrachtet werden kann, auf welcher sich mechanische Turbulenzproduktion und thermische Turbulenzdämpfung gerade die Waage halten (Ohmura and Rotach, 1986). Sie ist folgendermaßen definiert:

$$L = \frac{u_*^2 T}{\Theta_* (\frac{1+0.07}{\beta}) \kappa g} \tag{19}$$

Hierbei ist  $\kappa$  die von Kármán Konstante mit dem Wert  $\kappa \approx 0.4$ . Für den betrachteten Messzeitraum ergibt für die Monin-ObukhovLänge folgender Tagesgang:





Tagesgang der Maßzahlen:

• Bei positivem (aufwärtsgerichtetem) kinematischem Wärmefluss (w'T') wird die Richarson-Zahl negativ. Dies ist am erten Tag zwischen 9 Uhr und 16 Uhr UTC der Fall. Dann ist die Erdoberfläche eine Quelle für Wärme und die Schichtung ist instabil beziehungsweise labil.  $R_f < 0$ ist aber betragsmäßig sehr klein (< 1). Deshalb wird durch Scherung induzierte Turbulenz dominierend, man spricht von mechanisch induzierter Konvektion (engl.: forced convection).

Bei neutraler Schichtung ist w'T' und  $R_f$  gleich Null. Dieser Idealfall ist in der Grenzschicht aber kaum exakt vorzufinden. Angenähert kann neutrale Schichtung für einen Bereich von beispielsweise  $|R_f| < 0,05$ definiert werden (zum Beispiel Rotach, 1991). Diese Situation ist zwischen 17 Uhr und 23 Uhr UTC vorzufinden.

Bei stabiler Schichtung ist der sensible Wärmefluss negativ (zum Boden gerichtet). Die Oberfläche ist dann eine Senke für Wärme und  $R_f > 0$ .

Mechanische Turbulenz liegt noch vor, wird aber durch die stabile Schichtung mehr und mehr verhindert. Schichtungen mit  $R_f > R_{f,crit}$ (kritische Richardson-Zahl  $R_{f,crit} = 0,25$ ), lassen keine Entwicklung mechanischer Turbulenz mehr zu (Businger, 1982). Dieser Zustand liegt größtenteils zwischen 23 Uhr und 2 Uhr UTC vor.

Zwischen 2 Uhr und 8 Uhr UTC schwankt die Richarson-Zahl um Null oder ist leicht negativ. Die untersten Luftschichten der Atmosphäre sind hier neutral bis leicht labil.

Große Werte für negative Richardsonzahlen zeigen starke Konvektion an, mechanische Turbulenz ist vernachlässigbar (zwischen 8 Uhr und 10 Uhr UTC).

Zwischen 10 Uhr und 14 Uhr UTC des zweiten Tages des Betrachtungszeitraumes ist die Richardon-Zahl wie am ersten Tag wieder negativ aber betragsmäßig klein.

 Der Tagesgang der Bulk-Richardson-Zahl ist dem der Fluss-Richardson-Zahl aus aufgraund der ähnlichen Berechnungsvorschrift sehr ähnlich. Dennoch ergebn sich zum Teil auch markante Unterschiede.

Zeischen 9 Uhr und 17 Uhr UTC ist auch die Bulk-Richardson-Zahl negativ aber größer als -1. Auch die näherungsweise neutrale Schichtung von 18 Uhr bis 23 Uhr UTC ist hier gut zu erkennen. Im Gegensatz zur Fluss-Richardon-Zahl ist hier aber keine überwiegend stabil geschichtete Luftschicht während der Nachtstunden zur erkennen. Lediglich um 2 Uhr UTC ist die Bulk-Richardson-Zahl größer als Null ist eine gewisse Stabilität der untersten Luftschichten der Atmosphäre nachweisbar.

Zwischen 5 Uhr und 14 Uhr UTC des zweiten Messtages ist die Bulk-Richardson-Zahl wieder kleiner als Null, und die Schichtung somit instabil. Hierbei findet sich (wie auch bei der Fluss-Richardson-Zahl) ein ausgeprägtem Extremum zwischen 8 Uhr und 10 Uhr UTC.

 Auch anhand des Tagesganges der Monin-Obukhov-Länge lässt sich die Stabilität der Atmosphäre ermitteln.
 Zwischen 9 Uhr un 16 Uhr UTC ist die Monin-Obukhov-Länge leicht negativ. Dies deutet auf eine labile Schichtung und auf eine turbulente Strömung. Zwischen 16 Uhr und 23 Uhr UTC ist die Monin-Obukhov-Länge meistens betragsmäßig größer als 50. Je größer der Betrag der Monin-Obukhov-Länge ist, desto neutraler ist die Schichtung der Atmosphäre. Von 16 bis 19 Uhr UTC ist die Monin-Obukhov-Länge positiv, dies deutet auf eine schwach labile Schichtung und von 20 Uhr und 23 Uhr UTC ist sie negativ, was auf eine leicht stabile Schichtung hindeutet. Zwischen 23 Uhr und 3 Uhr UTC ist die Monin-Obukhov-Länge überwiegend leicht positiv, was auf eine stabile Schichtung hindeutet, wie sie in der Nacht im Bodenniveau zu erwarten ist. Zwischen 5 Uhr UTC und 14 Uhr UTC des zweiten Betrachtungstages ist die Monin-Obukhov-Länge wieder leicht negativ, die Schichtung labil und die Strömung damit turbulent. Auch die Größenordung der Länge entspricht den Erwartungen. Das Streben der Monin-Obukhov-Länge gegen Unendlich (20 Uhr UTC und 4 Uhr UTC) deutet eine kurzfristige neutrale Schichtung in diesen Zeitabschnitten an. Der Tagesgang der Monin-Obukhov-Länge entspricht somit weitgehend dem zu erwartenden Verlauf.

## 7 Spektrum

a) Turbulenz ist eine Strömungsform, die sich aus Bewegungselementen unterschiedlicher Größen zusammensetzt. Deshalb erweisen sich spektrale Darstellungen als nützlich, einen Einblick in die Struktur der Turbulenz zu geben. Das Varianzspektrum zeigt die Verteilung der Varianz über die Frequenzen bzw. Wellenlängen, das Kospektrum die entsprechende Verteilung der Kovarianz. So entspricht der Flächeninhalt unter der Spektralkurve über ein Frequenzenintervall dem auf diese Frequenzen entfallenden Anteil der Varianz bzw. Kovarianz; das Integral über das Spektrum ergibt die Gesamtvarianz bzw. -kovarianz. Wegen der Proportionalität zur kinetischen Energie wird das Varianzspektrum einer Geschwindigkeit auch Energiespektrum genannt. Der für Turbulenz relevante Anteil des Energiespektrums weist drei Bereiche auf (siehe 7b). Auf der niederfrequenten Seite, dem energieenthaltenden Bereich der Produktion, bilden sich die turbulenten Elemente aufgrund von mechanischen (z.B. Windscherungen, orographischen Hindernissen) oder thermischen Antrieben (Konvektion) in Form von großen Wirbeln. Am hochfrequenten Ende des Spektrums, dem Dissipationsbereich, wird die kinetische Energie der Wirbel in innere Energie dissipiert. Der dazwischen liegende Trägheitsbereich ist dadurch gekennzeichnet, dass in einer Energiekaskade die Energie von den größeren Wirbeln zu den kleineren weitergereicht wird; Energie wird dabei weder erzeugt noch vernichtet. Hier gilt eine besondere Beziehung. Durch Ähnlichkeitsbetrachtungen findet man den folgenden Zusammenhang zwischen der spektralen Energiedichte S(f), der Energiedissipation  $\epsilon$ , der Kolmogorov-Konstanten  $\alpha$  und der Frequenz f:

$$S(f) = \alpha \epsilon^{\frac{2}{3}} f^{-\frac{5}{3}} U^{\frac{2}{3}}$$

Wird eine logarithmische Darstellung gewählt, zeigt sich also der Trägheitsbereich im Spektrum mit einer Steigung von  $-\frac{5}{3}$ . Bei einem Varianzspektrum einer anderen Größe beziehen sich diese Aussagen analog auf die Intensität der Fluktuationen der entsprechenden Größe; in obiger Gleichung ergibt sich dabei ein anderer Vorfaktor. Für das Kospektrum gilt im Trägheitsbereich eine ähnliche Beziehung; allerdings fällt es schneller ab mit einer Proportionalität von  $-\frac{7}{3}$ . Der Trägheitsbereich ist auf der niederfrequenten Seite begrenzt durch die Wellenlänge, die der Messhöhe entspricht, und auf der hochfrequenten durch der so genannten Kolmogorov-Längenskala, das ist die Größenordnung (ca. 1 Millimeter), bei der die Dissipation ihren Einfluss zeigt (Kottmeier, 1991). Mit Hilfe des Taylor-Theorems lässt sich die Frequenz auf eine Wellenlänge übertragen. Das Konzept der gefrorenen Turbulenz ist gültig für Messungen, wo Wirbel während des Vorbeiziehens an einem Messfühler ihre Eigenschaften nicht ändern. Die Bedingung  $\sigma_{v(Wind)} < 0.5$  v (Wind) (Stull, 1988 nach Willis und Deardorff) mit der die Turbulenzintensität darstellenden Standardabweichung  $\sigma_{v(Wind)}$  der Windgeschwindigkeit v (Wind) ist bei den vorliegenden Messungen erfüllt. Das TaylorTheorem lautet:

$$\lambda = \frac{v \ Wind)}{f}$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$ , der Frequenz f und der Windgeschwindigkeit v (Wind). Der Begriff der Isotropie bedeutet, dass die statistischen Größen invariant gegen Drehungen des Koordinatensystems sind; die turbulenten Elemente haben also keine bevorzugte Richtung. Dies setzt homogene Turbulenz voraus und ist in der Grenzschicht wegen der räumlichen Begrenzung der Wirbel in der Vertikalen nicht gegeben; lokale Isotropie jedoch ist bei den Fluktuationen der kleinen Wellenlängen erfüllt. Dies gilt bei Wirbeln, die klein gegenüber dem Abstand von der Grenzfläche sind. Es lässt sich zeigen, dass bei Isotropie das folgende Verhältnis zwischen dem Energiespektrum der longitudinalen Windgeschwindigkeit  $S_u$  und dem der lateralen,  $S_v$ , gilt (Panofsky und Dutton 1984):

$$S_u(f) = \frac{4}{3}S_v(f)$$

Aus den vorliegenden Messdaten werden die Varianzspektren der Windgeschwindigkeiten bestimmt. Für die Berechnung der Varianzspektren S(f) wird die Autokovarianzfunktion  $K(\tau)$  für die Zeitfunktion k(t)berechnet:

$$K(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} k_1(t)k_1(t+\tau)dt$$

Anschließend wird sieintegriert:

$$S(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} K(\tau) \cos(2\pi f \tau) d\tau$$

 $\tau$ stellt hier die Zeitverschiebung dar.

b) Theoretisches Spektrum (aus Stull):



c) Das aus den vorliegenden Daten berechnete Spektrum sieht wie folgt aus:



Der Trgheitsbereich im Spektrum mit einer Steigung von  $-\frac{5}{3}$  ist hier wie im theoretischen Verlauf angegeben gut zu erkennen. Im Gegensatz zum theoretischen Verlauf sind die Schwankungen der spektralen Energiedichte erheblich deutlicher ausgeprägt.