

Auswerteprotokoll der Versuche

Luftfeuchte und Abkühlungsgröße

Markus Engelhardt

2005-06-22

Versuchstag: 2005-06-08

Versuchszeit: 14:30 bis 17:00 Uhr

Betreuerin: Doris Anwender

Die Durchführung des Versuches erfolgte gemeinsam mit *Katrin Zink*

Inhaltsverzeichnis

1	Luftfeuchte	3
1.1	Einführung	3
1.2	Durchführung und Auswertung des Versuches	3
1.2.1	3
1.2.2	3
1.2.3	3
1.2.4	4
1.2.5	4
1.3	Fragen und Aufgaben	5
1.3.1	5
1.3.2	5
1.3.3	5
1.3.4	5
1.3.5	6
1.3.6	6
1.3.7	8
1.3.8	10
2	Die Abkühlungsgröße	11
2.1	Allgemeine Einführung	11
2.2	Durchführung und Auswertung des Versuches	11
2.2.1	11
2.2.2	12
2.2.3	14
2.2.4	14
2.2.5	15
2.3	Fragen und Aufgaben	16
2.3.1	16
2.3.2	16
2.3.3	16
2.3.4	17
2.3.5	17

1 Luftfeuchte

1.1 Einführung

siehe Beschreibung zum Versuch!

1.2 Durchführung und Auswertung des Versuches

1.2.1

Zu Versuchsbeginn und Versuchsende wird an jedem der Messorte der Luftdruck mit einem Aneroidbarometer (Serial No. 469900012523) gemessen. Dies sind der Laborraum im 1. Stock des Physikhochhauses, der Parkplatz vor dem Physikhochhaus, der Rand des Teiches neben dem Physikflachbau sowie die Wiese 50 m nördlich des Teiches.

Hierbei ergibt sich jeweils ein Druck von

$$p = 1018 \text{ hPa}$$

Da das Barometer ein Digitalmessgerät ohne Anzeige von Nachkommastellen ist, wird die Genauigkeit des Messwertes mit $\pm 0,5 \text{ hPa}$ abgeschätzt.

1.2.2

Die Skaleneinteilung des Assmannschen Aspirationspsychrometers (MIK B 910) beträgt $0,2^\circ\text{C}$. Somit wird die Ablesegenauigkeit auf $0,1^\circ\text{C}$ abgeschätzt.

1.2.3

Mit Hilfe des Assmannschen Aspirationspsychrometers wird die Trockentemperatur ϑ und die Feuchttemperatur ϑ' gemessen. Deren Werte lauten:

$$\vartheta = (24,2 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$$

$$\vartheta' = (14,6 \pm 0,1) ^\circ\text{C}$$

Mit diesen Daten kann man aus der Psychrometertafel die Werte für den Wasserdampfdruck e , die relative Feuchte U sowie den Taupunkt t_d bestimmen. Sie ergeben sich zu:

$$e = 7,7 \text{ Torr} = 10,3 \text{ hPa}$$

$$U = 34 \%$$

$$t_d = 7,4^\circ\text{C}$$

1.2.4

Der Taupunkt im Laborraum wird mittels eines Gerätes gemessen, dessen Prinzip dem eines Taupunktspiegels gleicht. Dabei wird die Temperatur ϑ_1 aufgenommen, bei der augenscheinlich Niederschlag an der Außenseite des Gerätes auftritt, sowie die Temperatur ϑ_2 , bei der nach Erwärmung des Gerätes der Niederschlag gerade verdunstet. Dessen Werte lauten:

$$\vartheta_1 = (6,0 \pm 0,5) ^\circ C$$

$$\vartheta_2 = (9,5 \pm 0,5) ^\circ C$$

Somit erhält man für den Taupunkt t_d einen Mittelwert von:

$$\underline{t_d = (7,75 \pm 0,5) ^\circ C}$$

1.2.5

Neben dem Luftdruck werden an den eingangs erwähnten Messorten zusätzlich die Trocken- und Feuchttemperaturwerte mittels des Assmannschen Aspirationspsychrometer aufgenommen. Hieraus lassen sich wieder mit Hilfe der Psychrometertafel verschiedene Feuchtemaße angeben.

Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst:

	Rand des Teiches	Parkplatz	Schlosspark
Druck p (in hPa)	1018	1018	1018
Trockentemperatur ϑ (in $^\circ C$)	$16,8 \pm 0,1$	$18,0 \pm 0,1$	$17,2 \pm 0,1$
Feuchttemperatur ϑ' (in $^\circ C$)	$9,8 \pm 0,1$	$10,2 \pm 0,1$	$10,0 \pm 0,1$
relative Luftfeuchtigkeit U (in %)	39	35	38
absolute Luftfeuchtigkeit a (in $\frac{g}{m^3}$)	5,6	5,3	5,6
Dampfdruck e (in Torr)	5,6	5,4	5,6
Dampfdruck e (in hPa)	7,5	7,2	7,5
Taupunkt t_d in ($^\circ C$)	2,8	2,3	2,8

Die höchste Luftfeuchtigkeit und zugleich geringste Trocken- und Feuchttemperaturwerte finden sich unmittelbar am Rand des Teiches. Dies ist wenig überraschen, da hier durch verdunstendes Wasser Feuchtigkeit in die Atmosphäre aufsteigt.

Die Werte für die Wiese unterscheiden sich im Vergleich mit den am Rand des Teiches kaum. Dies erklärt sich durch die im Boden befindliche Feuchtigkeit. Es ist zu erwähnen, dass in der des Versuchstages vorangegangenen Nacht leichte Niederschläge gefallen sind.

Im Gegensatz hierzu ist die Luft über dem Asphaltboden des Parkplatzes trockener und wärmer. Entscheidend ist hierbei die langwellige Ausstrahlung des mit einer hohen Wärmeleitfähigkeit behafteten Untergrundes.

1.3 Fragen und Aufgaben

1.3.1

Die Dampfdruckkurve, auch Sättigungsdampfdrucklinie genannt, ist eine Phasengrenzlinie, die im Phasendiagramm den Bereich der dampfförmigen Phase von dem der flüssigen Phase trennt. Die beiden Endpunkte der Dampfdruckkurve sind der Tripelpunkt am unteren Ende, sowie der so genannte kritische Punkt am oberen Ende.

1.3.2

Die Dampfdruckkurve von beliebigen Flüssigkeiten kann durch Integration der Clausius-Clapeyronschen-Gleichung ermittelt werden. Diese lautet:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{I_v}{T \cdot (v_d - v_f)} \quad (1)$$

Hierbei sind E der Sättigungsdampfdruck, T die absolute Temperatur, I_v die latente Verdampfungsenthalpie, V_d das spezifische Volumen der dampfförmigen Phase und v_f das spezifische Volumen der flüssigen Phase.

1.3.3

Die Dampfdruckkurve für Wasser kann durch eine empirische Formel beschrieben werden, der Magnus-Formel. Sie lautet:

$$E = E_0 \cdot 10^{\frac{7,42 \cdot \vartheta}{235 + \vartheta}} = E_0 \cdot e^{\frac{17,08 \cdot \vartheta}{235 + \vartheta}} \quad (2)$$

Hierbei ist ϑ die Lufttemperatur in Grad Celsius.

Die Konstante E_0 hat den Wert $E_0 = 611 \text{ Pa} = 6,11 \text{ hPa}$.

1.3.4

- Der Wasserdampfdruck e ist der Partialdruck des Wasserdampfes in der Luft, der Sättigungsdampfdruck E ist der maximale Druck, den der Wasserdampf bei einer bestimmten Temperatur erreichen kann.
- Das Sättigungsdefizit ΔE ist gerade die Differenz aus dem Sättigungsdampfdruck E und dem aktuellen Dampfdruck e . Es entspricht also genau dem Dampfdruck jener Gasmenge, die die Luft bei einer bestimmten Temperatur noch aufnehmen kann bis sie gesättigt ist.

- Die Wasserdampfdichte ρ_v gibt die Masse des Wasserdampfes in einem bestimmten Luftvolumen an. Üblicherweise verwendet man hierfür die Einheit Kilogramm pro Kubikmeter ($\frac{kg}{m^3}$).
- Die absolute Feuchte a ist eine andere Bezeichnung für die Wasserdampfdichte. Jedoch verwendet man hier meist die Einheit Gramm pro Kubikmeter ($\frac{g}{m^3}$).
- Die relative Feuchte f ist definiert als das Verhältnis des aktuellen Dampfdruckes e zum Sättigungsdampfdruck E über Wasser.
- Die spezifische Feuchte q ist definiert als das Verhältnis der Wasserdampfdichte zur Dichte der feuchten Luft.
- Das Mischungsverhältnis m ist definiert als das Verhältnis der Dichte des Wasserdampfes zur Dichte der trockenen Luft.
- Der Taupunkt τ ist definiert als diejenige Temperatur, bei der der aktuelle Dampfdruck gleich dem Sättigungsdampfdruck über Wasser ist.

1.3.5

Die Sättigungsdampfdrücke für $\vartheta_1 = 0^\circ C$ und $\vartheta_2 = 35^\circ C$ ergeben sich aus der Magnus-Formel zu:

$$\begin{aligned} E(0^\circ C) &= 6,11 \text{ hPa} \cdot e^{\frac{17,08 \cdot 0}{235+0}} = \underline{6,11 \text{ hPa}} \\ E(35^\circ C) &= 6,11 \text{ hPa} \cdot e^{\frac{17,08 \cdot 35}{235+35}} = \underline{55,9 \text{ hPa}} \end{aligned}$$

1.3.6

- a) Die virtuelle Temperatur T_v ist definiert als diejenige Temperatur, welche trockene Luft haben müsste, um die gleiche Dichte zu besitzen wie feuchte Luft bei gleichem Druck.

Sie lässt sich aus der aktuellen Temperatur T und der spezifischen Feuchte q berechnen:

$$T_v = T \cdot (1 + 0,608 \cdot q) \quad (3)$$

- b) Die Verwendung der virtuellen Temperatur anstelle der aktuellen Temperatur erlaubt es, in der allgemeinen Gasgleichung die Luftfeuchtigkeit zu berücksichtigen und weiterhin die Gaskonstante R_d , für trockene Luft zu verwenden:

$$p = \rho_L \cdot R_d \cdot T_v = \rho_L \cdot \frac{R_m}{M_d} \cdot T_v \quad (4)$$

- c) Der virtuelle Temperaturzuschlag ist immer positiv und bewegt sich in der Größenordnung von 0,1 bis 4 K. Dabei ist dieser Temperaturzuschlag umso größer, je wärmer oder feuchter die Luft ist.
- d) Herleitung der Formel für die virtuelle Temperatur:

Die Zustandsgleichungen für trockene Luft (Index d) und Wasserdampf (Index v) lauten:

$$p_d = \rho_d \cdot R_d \cdot T \quad (5)$$

$$p_v = \rho_v \cdot R_v \cdot T \quad (6)$$

Hierbei ist p der Luftdruck, ρ die Dichte der Luft, R die spezifische Gaskonstante, jeweils für trockene Luft und für Wasserdampf, und T die Temperatur.

Das Daltonsche Gesetz besagt, dass sich der Druck eines Gases aus der Summe der Partialdrücke zusammensetzt. Im vorliegenden Falle der Luft ist dies der Druck der trockenen Luft p_d und der Druck des Wasserdampfes p_v in der feuchten Luft p_v :

$$p = \sum_i p_i = p_d + p_v \quad (7)$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (5) und (6) in die Gleichung (7) folgt:

$$p = \rho_d \cdot R_d \cdot T + \rho_v \cdot R_v \cdot T \quad (8)$$

Die Gesamtdichte der Luft ρ_L setzt sich aus den Dichte für trockene Luft und der Wasserdampfdichte zusammen:

$$\rho_L = \rho_d + \rho_v \quad \Rightarrow \quad \rho_d = \rho_L - \rho_v \quad (9)$$

Außerdem ergibt sich die spezifische Gaskonstante aus dem Quotienten von der universellen, oder molaren, Gaskonstanten R_m und der molaren Masse M des jeweiligen Gases:

$$R_d = \frac{R_m}{M_d} \quad R_v = \frac{R_m}{M_v} \quad (10)$$

Nach Einsetzen der Gleichungen (9) und (10) in die Gleichung (8) erhält man:

$$p = (\rho_L - \rho_v) \cdot \frac{R_m}{M_d} \cdot T + \rho_v \cdot \frac{R_m}{M_v} \cdot T \quad (11)$$

Nach Ausklammern von ρ_L , R_m und T erhält man:

$$p = \rho_L \cdot R_m \cdot T \left(\frac{1}{M_d} - \frac{\rho_v}{\rho_L} \cdot \frac{1}{M_d} + \frac{\rho_v}{\rho_L} \cdot \frac{1}{M_v} \right) \quad (12)$$

Die spezifische Feuchte ist definiert zu:

$$q = \frac{\rho_v}{\rho_L} \quad (13)$$

Unter Verwendung von Gleichung (4) erhält man nun:

$$\frac{p}{\rho_L \cdot R_m} = T \left(\frac{1}{M_d} - \frac{q}{M_d} + \frac{q}{M_v} \right) = \frac{T_v}{M_d} \quad (14)$$

$$T_v = T \cdot \left(1 - q + q \cdot \frac{M_d}{M_v} \right) \quad (15)$$

$$T_v = T \cdot \left(1 + \left(\frac{M_d}{M_v} - 1 \right) \cdot q \right) \quad (16)$$

Die Zahlenwerte für die molare Massen lauten (*nach Kraus: „Die Atmosphäre“, S.24*):

$$M_d = 28,965 \frac{kg}{kmol} \quad (17)$$

$$M_v = 18,016 \frac{kg}{kmol} \quad (18)$$

Somit folgt für eine Zahlenwertgleichung für die virtuelle Temperatur:

$$\underline{T_v = T \cdot (1 + 0,608 \cdot q)} \quad (19)$$

- e) In der Gleichung (3) bzw. (19), der Zahlenwertgleichung für die Berechnung der virtuellen Temperatur ist die spezifische Feuchte q einheitenlos, bzw. in der Einheit $1000 \frac{g}{kg}$, sowie die Temperatur T in Grad Kelvin einzusetzen.

1.3.7

Zur Bestimmung des Wasserdampfdruckes in Abhängigkeit der Temperatur verwendet man die Sprungsche Formel.

Für die Herleitung dieser Formel geht man von der Wärmehaushaltgleichung aus:

$$Q + B + L + V = 0 \quad (20)$$

Hierbei sind Q die Strahlungsbilanz, B der Bodenwärmestrom, L der Strom fühlbare Wärme und V der Strom latenter Wärme.

Bei einem idealen Psychrometer verschwinden die Glieder für die Strahlungsbilanz und den Bodenwärmestrom:

$$L + V = 0 \quad (21)$$

Für den Strom fühlbare Wärme, sowie den Strom latenter Wärme gilt:

$$L = -\alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta') \quad (22)$$

$$V = \frac{0,622 \cdot L_V}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E(\vartheta') - e(\vartheta)) \quad (23)$$

Hierbei sind α_L die Wärmeübergangszahl, ϑ die Trockentemperatur, ϑ' die Feuchttemperatur, L_V die spezifische Verdampfungswärme von Wasser, p der Luftdruck, c_p die spezifische Wärme von Luft bei konstantem Druck, E der Sättigungsdampfdruck und e der aktuelle Dampfdruck.

Einsetzen der Gleichungen (22) und (23) in die Gleichung (21) liefert:

$$-\alpha_L \cdot (\vartheta - \vartheta') + \frac{0,622 \cdot L_V}{p \cdot c_p} \cdot \alpha_L \cdot (E(\vartheta') - e(\vartheta)) = 0 \quad (24)$$

$$\vartheta - \vartheta' = \frac{0,622 \cdot L_V}{p \cdot c_p} \cdot (E(\vartheta') - e(\vartheta)) \quad (25)$$

$$E(\vartheta') - e(\vartheta) = \frac{p \cdot c_p}{0,622 \cdot L_V} \cdot (\vartheta - \vartheta') \quad (26)$$

$$e(\vartheta) = E(\vartheta') - \frac{p \cdot c_p}{0,622 \cdot L_V} \cdot (\vartheta - \vartheta') \quad (27)$$

Durch Einsetzen der Konstanten ergibt sich die Sprungsche Formel als Zahlenwertgleichung:

$$e(\vartheta) = E(\vartheta') - C \cdot (\vartheta - \vartheta') \cdot \frac{p}{755} \quad (28)$$

In dieser Gleichung sind die Trocken- und Feuchttemperatur in Grad Celsius sowie der Sättigungsdampfdruck und der Luftdruck in Torr einzusetzen. Die Dimension für den aktuellen Dampfdruck ist ebenfalls Torr.

Der Psychrometerkoeffizient C nimmt für Eis den Wert 0,43 und für Wasser den Wert 0,50 an.

1.3.8

Die Masse des Wasserdampfes in einem Raum mit einem Volumen V berechnet sich zu:

$$m = a \cdot V$$

Für die absolute Feuchte gilt:

$$a = 216,69 \cdot \frac{e}{T}$$

Wird hier der aktuelle Dampfdruck in Hektopascal und die Temperatur in Kelvin eingesetzt, so ist die Dimension der absoluten Feuchte Gramm pro Kubikmeter.

Zur Berechnung des aktuellen Dampfdruckes verwendet man Sprungsche Formel.

Der dafür nötige Sättigungsdampfdruck der Feuchttemperatur ergibt sich aus der Magnus-Formel.

Für ihn gilt (mit $\vartheta' = 18^\circ$):

$$E(18^\circ C) = 6,11 \text{ hPa} \cdot e^{\frac{17,08 \cdot 18}{235 + 18}} = 20,60 \text{ hPa} = 15,45 \text{ Torr}$$

Für den aktuellen Sättigungsdampfdruck ergibt sich nun (mit $\vartheta = 23^\circ$ und $p = 1013 \text{ hPa}$):

$$e(23^\circ) = 15,45 \text{ Torr} - 0,50 \cdot (23^\circ C - 18^\circ C) \cdot \frac{1013}{1,333 \cdot 755} = 12,93 \text{ Torr}$$

Somit ergibt sich der Wert für die absolute Feuchte zu:

$$a = 216,69 \cdot \frac{12,93 \cdot 1,333}{273,15 + 23} = 12,6 \frac{g}{m^3}$$

Bei einem Volumen von $V = 180 \text{ m}^3$ ergibt sich für die Massen des Wasserdampfes:

$$m = 12,6 \frac{g}{m^3} \cdot 180 \text{ m}^3 = \underline{2,27 \cdot 10^3 g}$$

Die bei diesen Bedingungen vorliegenden Werte für den Sättigungsdampfdruck, das Sättigungsdefizit, die Wasserdampfdichte, die relative Feuchte, die spezifische Feuchte, das Mischungsverhältnis sowie den Taupunkt ergeben sich zu:

$$E(23^\circ\text{C}) = 6,11 \text{ hPa} \cdot e^{\frac{17,08 \cdot 23}{235+23}} = \underline{28,01 \text{ hPa}} = 21,01 \text{ Torr}$$

$$\Delta E = E - e = 21,01 \text{ Torr} - 12,93 \text{ Torr} = 8,08 \text{ Torr} = \underline{6,06 \text{ hPa}}$$

$$\rho_v = 0,001 \frac{\text{kg}}{\text{g}} \cdot a = 0,001 \frac{\text{kg}}{\text{g}} \cdot 12,6 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} = \underline{0,012 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$f = \frac{e}{E} = \frac{12,93 \text{ Torr}}{21,01 \text{ Torr}} = \underline{61,5 \%}$$

$$q = \frac{0,622 \cdot e}{p - 0,378 \cdot e} = \frac{0,622 \cdot 17,24}{1013 - 0,378 \cdot 17,24} = \underline{0,017 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}}$$

$$m = \frac{0,622 \cdot e}{p - e} = \frac{0,622 \cdot 17,24}{1013 - 17,24} = \underline{0,018 \frac{\text{kg}}{\text{kg}}}$$

$$\tau = \frac{235 \cdot \ln EE_0}{17,08 - \ln EE_0} = \frac{235 \cdot \ln \frac{17,24}{6,11}}{17,08 - \ln \frac{17,24}{6,11}} = \underline{15,2^\circ\text{C}}$$

2 Die Abkühlungsgröße

2.1 Allgemeine Einführung

siehe Beschreibung zum Versuch!

2.2 Durchführung und Auswertung des Versuches

2.2.1

- a) Die Abkühlungsgröße H lässt sich als Quotient der Gerätekonstanten f eines Katathermometers und der Zeit τ , die dieses Thermometer braucht, um von 38°C auf 35°C abzukühlen:

$$H = \frac{f}{\tau} \quad (29)$$

Das Katathermometer mit der Kennung 924444 hat eine Gerätekonstante $f_1 = 1972 \frac{\text{mJ}}{\text{cm}^2}$. Die Gerätekonstante f_2 des zweiten Thermometers mit der Kennung 924441 ergibt sich zu:

$$f_2 = f_1 \cdot \frac{\tau_2}{\tau_1} = 1972 \frac{\text{mJ}}{\text{cm}^2} \cdot \frac{124,9 \text{ s}}{131,3 \text{ s}} = \underline{1876 \frac{\text{mJ}}{\text{cm}^2}}$$

- b) Hierbei werden die Annahmen getroffen, dass die Abkühlungsgröße bei beiden Thermometern gleich ist, und dass das Katathermometer mit der bekannten Gerätekonstanten richtig kalibriert ist.

2.2.2

Zur Bestimmung der Abkühlungsgröße mit einem trockenen und einem feuchten Katathermometer werden beide Thermometer in einem Wasserbad auf 38°C erhitzt und anschließend die Zeit τ gemessen, die beide Thermometer brauchen, um auf 35°C abzukühlen. Der Mittelwert dieses Temperaturbereiches ist die durchschnittliche menschliche Hauttemperatur.

- a) Folgende Zeiten τ werden für ein trockenes Katathermometer (Gerätenummer 924441) und ein feuchtes Katathermometer (Gerätenummer 836082) im Seminarraum gemessen:

	trockenes Katathermometer	feuchtes Katathermometer
Messung 1	116,27 s	50,19 s
Messung 2	125,86 s	52,57 s
Messung 3	124,91 s	54,32 s
Mittelwert	122,35 s	52,36 s

Hieraus ergeben sich folgende Werte für die Abkühlungsgröße:

- für das trockene Katathermometer:

$$H = \frac{f}{\tau} = \frac{1876 \frac{\text{mJ}}{\text{cm}^2}}{122,35 \text{ s}} = \underline{153 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

Nach der Tabelle von Brychta entspricht dies einem Wärmeempfinden von *unangenehm warm*.

- für das feuchte Katathermometer:

$$H = \frac{f}{\tau} = \frac{2539 \frac{\text{mJ}}{\text{cm}^2}}{52,36 \text{ s}} = \underline{485 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}}$$

Nach der Tabelle von Brychta entspricht dies einem Wärmeempfinden von *behaglich*.

Der mit dem Assmannschen Aspirationspsychrometer gemessene Wert für die Lufttemperatur ist $24,2^\circ\text{C}$.

Das eigene Wärmeempfinden im Seminarraum wird als *behaglich* befunden, wodurch die Ergebnisse aus der Tabelle von Brychta zum Teil bestätigt werden können.

- b) Anschließend werden die gleichen Messungen auf dem Parkplatz vor dem Physikhochhaus durchgeführt. Hierbei werden folgende Werte für die Zeit τ gemessen:

	trockenes Katathermometer	feuchtes Katathermometer
Messung 1	39,65 s	19,07 s
Messung 2	29,99 s	15,72 s
Messung 3	33,41 s	15,12 s
Mittelwert	34,35 s	16,64 s

Die stark schwankenden Werte für die Zeit τ resultieren aus dem zu der Versuchszeit herrschenden leicht böigem Wind.

Aus den gemessenen Werten ergeben sich folgende Werte für die Abkühlungsgröße:

- für das trockene Katathermometer:

$$H = \frac{f}{\tau} = \frac{1876 \frac{mJ}{cm^2}}{34,35 s} = \underline{546 \frac{W}{m^2}}$$

Nach der Tabelle von Brychta entspricht dies einem Wärmeempfinden von *angenehm kühl*.

- für das feuchte Katathermometer:

$$H = \frac{f}{\tau} = \frac{2539 \frac{mJ}{cm^2}}{16,64 s} = \underline{1526 \frac{W}{m^2}}$$

Nach der Tabelle von Brychta entspricht dies einem Wärmeempfinden von *kalt*.

Der mit dem Assmannschen Aspirationspsychrometer gemessene Wert für die Lufttemperatur beträgt hier $18,0^\circ C$.

Das eigene Wärmeempfinden wird hier als *angenehm kühl* angegeben, womit das Ergebnis des trockenen Katathermometers aus der Tabelle von Brychta bestätigt werden kann.

Das Ergebnis des feuchten Katathermometers (*kalt*) ist sehr plausibel, da mit feuchter Kleidung das eigene Wärmeempfinden ebenfalls als *kalt* bezeichnet werden würde.

2.2.3

Die Formel zur Berechnung der so genannten Wind-Chill-Temperatur ϑ_{WC} lautet:

$$\vartheta_{WC} = \vartheta_H - \left(\frac{v + v_0}{v_0} \right)^{0,21} \cdot (\vartheta_H - \vartheta_L) \quad (30)$$

Hierbei sind ϑ_H die Hauttemperatur in Grad Celsius, die mit $\vartheta = 36,5^\circ C$ angegeben wird, v die Windgeschwindigkeit in Meter pro Sekunde, v_0 die mittlere Geschwindigkeit eines Fußgängers in Meter pro Sekunde, die mit $v_0 = 2 \frac{m}{s}$ angegeben wird, und ϑ_L die Lufttemperatur in Grad Celsius.

Im Seminarraum ist aufgrund der dort herrschenden Windstille die Wind-Chill-Temperatur identisch mit der Lufttemperatur:

$$\vartheta_{WC} = 36,5^\circ C - \left(\frac{0 + 2 \frac{m}{s}}{2 \frac{m}{s}} \right)^{0,21} \cdot (36,5^\circ C - 24,2^\circ C) = \underline{24,2^\circ C}$$

Auf dem Parkplatz vor dem Physikhochhaus ergibt sich die Wind-Chill-Temperatur zu:

$$\vartheta_{WC} = 36,5^\circ C - \left(\frac{3 \frac{m}{s} + 2 \frac{m}{s}}{2 \frac{m}{s}} \right)^{0,21} \cdot (36,5^\circ C - 18,0^\circ C) = \underline{14,1^\circ C}$$

2.2.4

Für ein Katathermometer mit trockener Oberfläche und ohne Einfluss von kurzwelliger Strahlung gilt:

$$H = \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_L) = \frac{f}{\tau} \quad (31)$$

Hierbei ist α die Wärmeübergangszahl, ϑ die Temperatur des Messfühlers und ϑ_L die Lufttemperatur.

Für die Wärmeübergangszahl ergibt sich somit:

$$\alpha = \frac{f}{(\vartheta - \vartheta_L) \cdot \tau} \quad (32)$$

Für die Bestimmung der Wärmeübergangszahl benötigt man die Gerätekonstante f , die Temperatur des Messfühlers ϑ , die Lufttemperatur ϑ_L sowie die Zeit τ , in der das Katathermometer von $38^\circ C$ auf $35^\circ C$ abkühlt.

Das trockene Katathermometer (Gerätenummer 924441 mit Gerätekonstante $f = 1876 \frac{mJ}{cm^2}$) wird in den Luftstrom eines Windgenerators mit einem Abstand von 20 cm positioniert. Dabei wird die Windgeschwindigkeit mit einem Schalensternanemometer gemessen.

Zusätzlich wird erneut die Lufttemperatur mit einem Assmannschen Aspirationspsychrometer gemessen. Ihr Wert wird zu $\vartheta_L = 22,8^\circ C$ bestimmt. Die mittlere Temperatur des Messfühlers wird mit $\vartheta = 36,5^\circ C$ angegeben. Folgende Tabelle zeigt die Abhängigkeit der Zeit τ und der Wärmeübergangszahl α von der Windgeschwindigkeit v . Außerdem wird noch der theoretische Wert $\alpha_{\text{theor.}}$ nach Hill für die Wärmeübergangszahl angegeben:

Windgeschwindigkeit v	Zeit τ	α in $\frac{W}{m^2 K}$	α in $\frac{mcal}{s K}$	$\alpha_{\text{theor.}}$ in $\frac{mcal}{s K}$
$2 \frac{m}{s}$	52,48 s	26,1	0,62	0,79
$3 \frac{m}{s}$	40,72 s	33,6	0,80	0,94
$4 \frac{m}{s}$	34,41 s	39,8	0,95	1,07

Die Übereinstimmung der aus den gemessenen Daten resultierenden Werte für die Wärmeübergangszahl stimmen näherungsweise mit den theoretischen Werten überein. Die Abweichungen resultieren aus der Schwierigkeit die Geschwindigkeit des Luftstromes exakt einzustellen, sowie der genauen Positionierung des Katathermometers an die richtige Stelle in den Luftstrom.

2.2.5

Sollen die Werte für die Abkühlungsgröße des trockenen Katathermometers H_t gleich der des feuchten Katathermometers H_f sein, so gilt:

$$H_t = H_f = \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_L) \quad (33)$$

Nach Hill ist bei Windstille der Wert für die Wärmeübergangszahl $\alpha = 0,27 \frac{mcal}{cm^2}$.

Der Wert der Abkühlungsgröße des feuchten Katathermometers wird in Punkt 2.2.2a berechnet und lautet: $H_f = 485 \frac{W}{m^2} = 11,6 \frac{mcal}{cm^2}$.

Somit folgt für die Lufttemperatur:

$$\vartheta_L = \vartheta - \frac{H_f}{\alpha} = 36,5^\circ C - \frac{11,6 \frac{mcal}{cm^2}}{0,27 \frac{mcal}{cm^2}} = -6,5^\circ C \quad (34)$$

2.3 Fragen und Aufgaben

2.3.1

Die Abkühlungsgröße ist ein Maß für das Wärmeempfinden des Menschen. Sie ist definiert als Wärmemenge, die pro Zeit- und Flächeneinheit abgegeben wird.

Sie entspricht in der Energiebilanzgleichung dem Bodenwärmestrom.

2.3.2

Das Wärmeempfinden des Menschen hängt davon ab, wieviel Wärme die Haut an die Umgebung abgeben kann. Dazu gehören neben der Lufttemperatur weitere Parameter wie die Luftfeuchtigkeit, die Windgeschwindigkeit, die Sonneneinstrahlung, die Feuchte des Körpers und die Kleidung.

2.3.3

Die Wärmeflussdichte, die das Katathermometer pro Zeit- und Flächeneinheit abgibt ist:

$$B = - \frac{C}{F} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (35)$$

Hierbei ist C die Wärmekapazität des Katathermometers, F die Oberfläche und $\frac{d\vartheta}{dt}$ die Ableitung der Temperatur nach der Zeit.

Die Wärmeflussdichte ist identisch mit der Abkühlungsgröße aus Gleichung (29). Somit folgt:

$$\frac{f}{\tau} = - \frac{C}{F} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} \quad (36)$$

Bei einer vorausgesetzten konstanten Abkühlung kann anstelle der differentiellen Schreibweise der Temperaturänderung ein Differenzenquotient verwendet werden:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \frac{\Delta\vartheta}{\tau} \quad (37)$$

Somit ergibt sich für die Gerätekonstante:

$$f = - \frac{C}{F} \cdot \Delta\vartheta = - \frac{C}{F} \cdot 3 \text{ K} \quad (38)$$

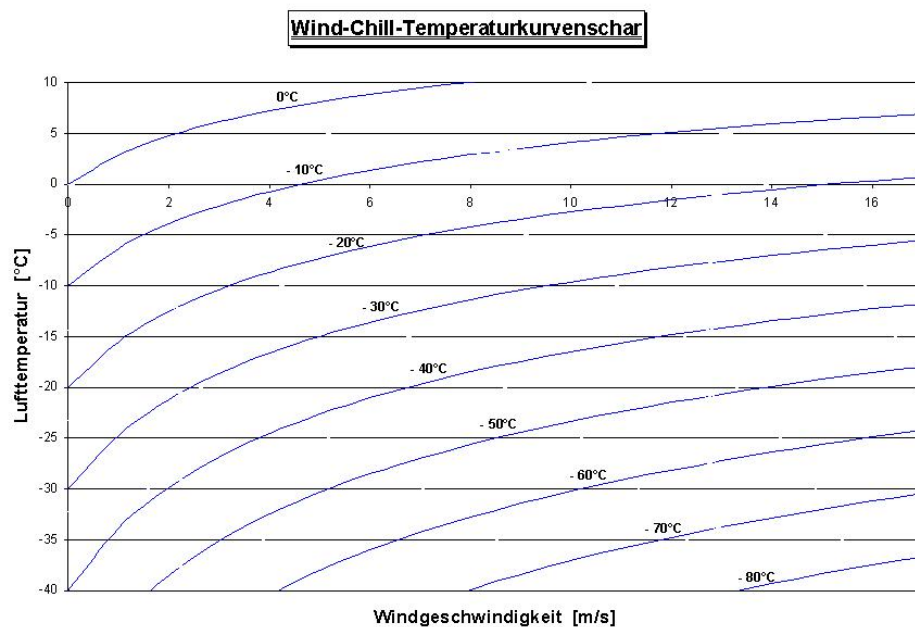
Hierbei wird die Temperaturänderung $\Delta\vartheta = 3 \text{ K}$ gesetzt, da dies die Temperaturspanne ist, um die das Katathermometer abgekühlt wird (von 38°C auf 35°C).

2.3.4

Die Abkühlungsgröße kann auch negative Werte annehmen. Dies ist der Fall, wenn keine Wärme abgegeben werden kann, sondern Wärme aufgenommen wird. Ursache hierfür kann eine sehr hohe Luftfeuchtigkeit, eine sehr hohe Lufttemperatur oder eine sehr hohe direkte Sonneneinstrahlung sein.

2.3.5

Folgende Graphik zeigt die Wind-Chill-Temperatur in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit und der Lufttemperatur:



Die dieser Graphik zugrunde gelegte Formel ist die Gleichung (30), mit den dort festgelegten Bedingungen für die Hauttemperatur und die mittlere Geschwindigkeit eines Fußgängers.