

Auswertung des Versuches  
P2-74  
Der Kreisel

Markus Engelhardt

Manuel Schmidberger

2005-06-27

Datum der Versuchsdurchführung: 2005-06-20

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Die Drehimpulserhaltung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Freie Achsen</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Der kräftefreie Kreisel</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Die Dämpfung des Kreisels</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Der Kreisel unter dem Einfluss äußerer Drehmomente</b>	<b>7</b>
<b>6</b>	<b>Die Hauptträgheitsmomente</b>	<b>8</b>
<b>7</b>	<b>Der Kreisel im beschleunigten Bezugssystem</b>	<b>9</b>

## 1 Die Drehimpulserhaltung

Zur Demonstration der Drehimpulserhaltung werden die Versuche mit einem Drehschemel und einem Fahrradkreisel durchgeführt. Dabei können die zu erwarteten Effekte eindrucksvoll nachgewiesen werden. Der Drehschemel erfährt dabei eine größere Beschleunigung, wenn die auf ihn sitzende Person Gewichte in den Händen hält und diese zum Körper heranzieht.

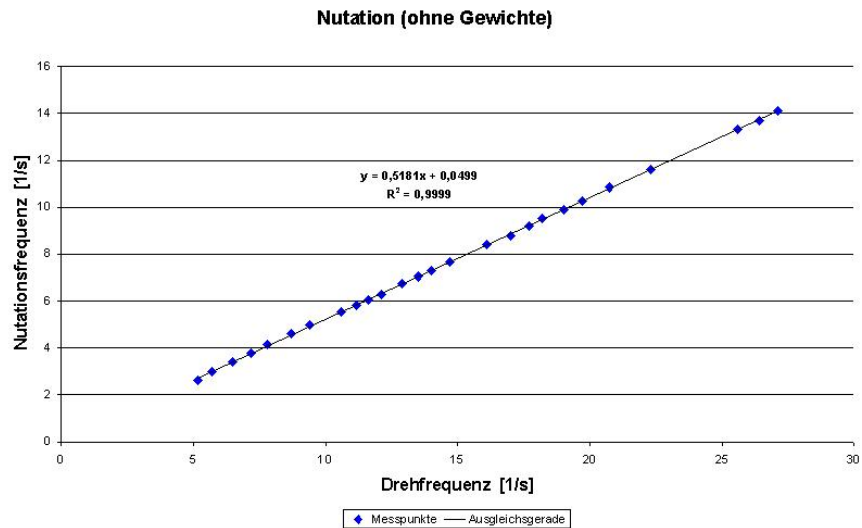
## 2 Freie Achsen

Im zweiten Versuchsteil wird eine quaderförmige Holkiste um ihre Hauptachsen gedreht. Dabei wird sie an einem Draht befestigt, welcher an einem Elektromotor befestigt ist. Die Drehung um die kürzeste Achse ist dabei am Stabilsten. Jedoch ist aufgrund des unruhig laufenden Motors auch diese Bewegung besonders bei höheren Motordrehzahlen nicht stabil, sondern führt dazu, dass die rotierende Drehachse in eine Kreiselbewegung übergeht. Die anderen Hauptachsen sind weniger stabil, wobei besonders bei der Hauptachse mit der mittleren Länge die instabilste Bewegung beobachtet wird.

## 3 Der kräftefreie Kreisel

In diesem Versuchsteil wird ein symmetrischer Kreisel in zwei Lichtschranken gestellt, um die Dreh- und Nutationsfrequenzen messen zu können. Mit Hilfe eines Motors wird der Kreisel auf eine Drehfrequenz von etwa 30 Hz gebracht. In Abständen von etwa 1 Hz der sich vermindernenden Drehfrequenz wird an den äußeren Rand des Kreisels eine Krafteinwirkung in Form eines Schlages mit einem Edding 3000 ausgeübt. Die dabei auftretende Nutationsbewegung wird von der zweiten Lichtschranke gemessen.

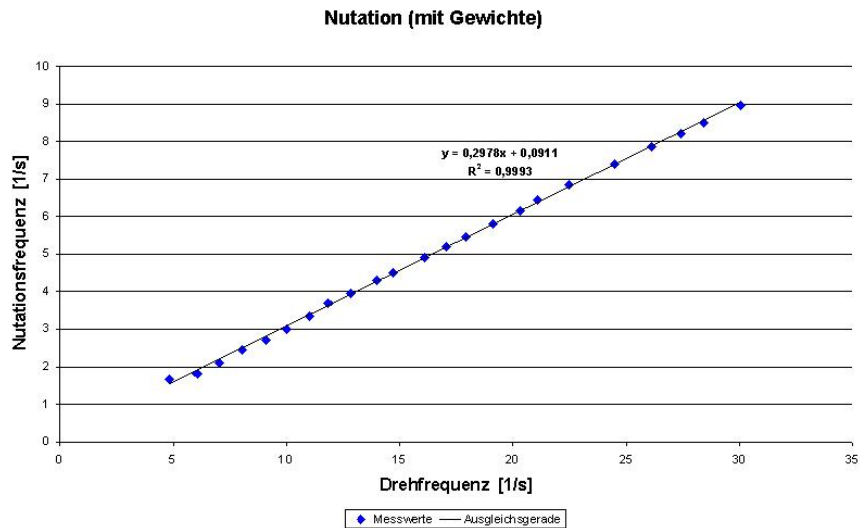
Anzumerken bleibt, dass die Nutationsbewegung sehr schnell gedämpft wird. Die Abhängigkeit der Nutationsfrequenz von der Drehfrequenz wird im Messprotokoll notiert und ist im folgenden Diagramm veranschaulicht:



Der zu erwartende lineare Zusammenhang ist durch die Messungen sehr gut bestätigt worden, was die Qualität der Messungen unterstreicht.

Nun werden an den äußeren Karadanrahmen des Kreisels die dafür vorgesehenen Zusatzgewichte angebracht und der beschriebene Versuch mit dieser Modifizierung des Kreisels wiederholt.

Die hierbei entstehende Abhängigkeit der Nutationsfrequenz von der Drehfrequenz wird wieder graphisch veranschaulicht:

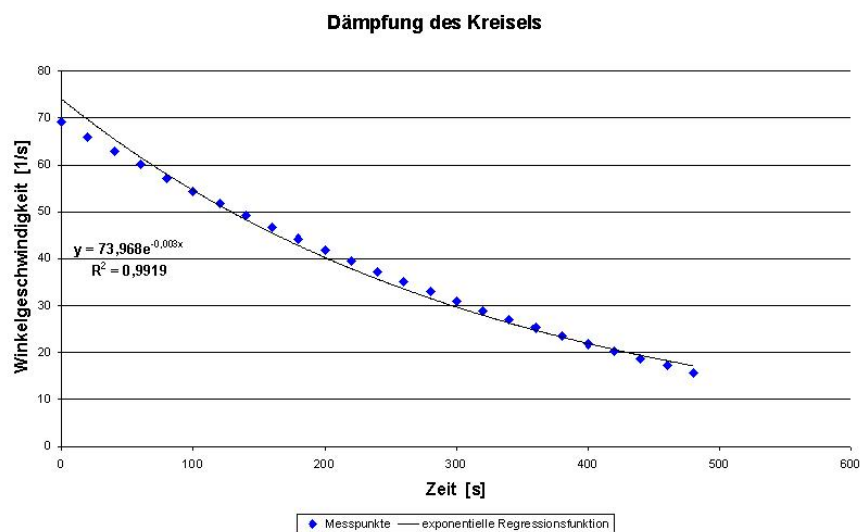


Hierbei ergibt sich wieder ein linearer Verlauf, jedoch ist die Nutationsfrequenz hier geringer.

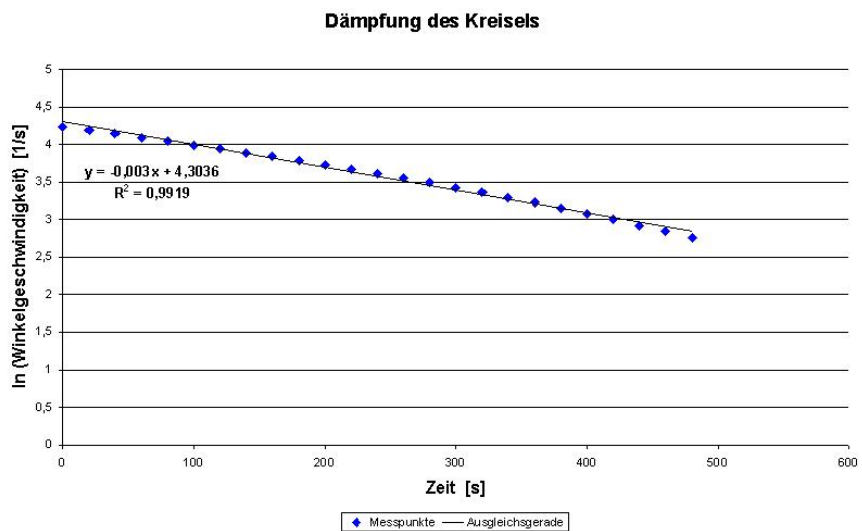
## 4 Die Dämpfung des Kreisels

Bei diesem Versuch wird der Kreisel auf eine Drehfrequenz von etwa 12 Hz gebracht. Anschließend wird in zeitlichen Abständen von  $t = 20$  Sekunden die Drehfrequenz, beginnend mit 11 Hz bei  $t = 0$ , notiert.

Der zu erwartende exponentiell abfallende Verlauf der Drehfrequenz wird weitgehend bestätigt:



Zur besseren Veranschaulichung des exponentiellen Verlaufes der Drehfrequenz wird nun der natürliche Logarithmus der Drehfrequenz über der Zeit aufgetragen:



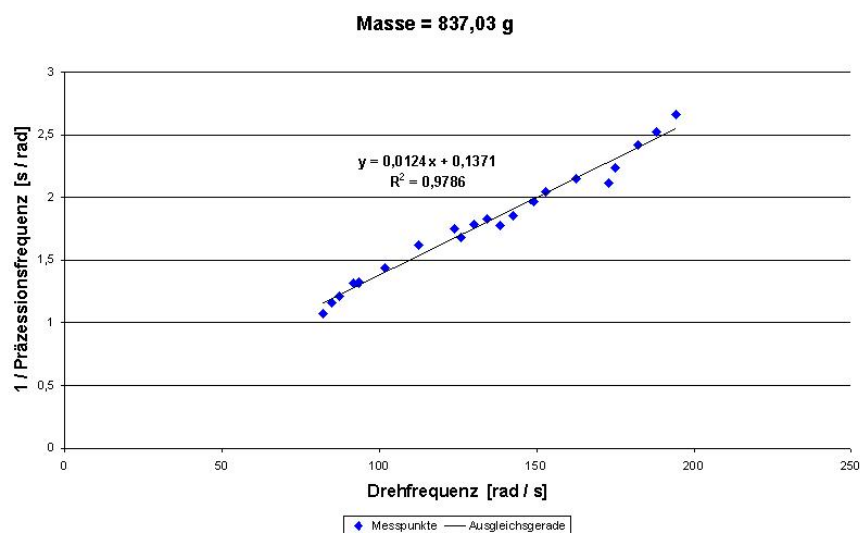
## 5 Der Kreisel unter dem Einfluss äußerer Drehmomente

Zur Erzeugung der Präzessionsbewegung wird auf den äußeren Karadanrahmen ein Gewicht ( $m = 837,03 \text{ g}$ ) montiert.

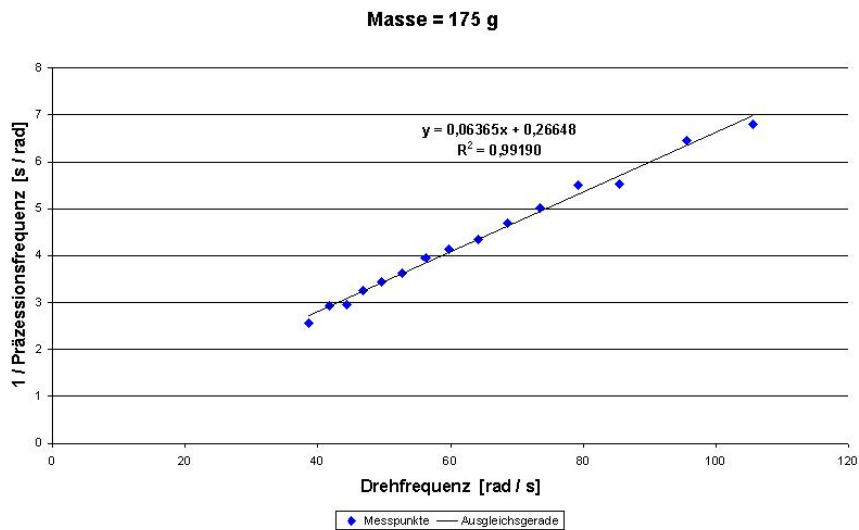
Nun wird die Präzessionsfrequenz in Abhängigkeit der Drehfrequenz aufgenommen.

Das Ergebnis wird wiederum graphisch veranschaulicht.

Da die Präzessionsfrequenz indirekt proportional zur Drehfrequenz ist, wird der Kehrwert der Präzessionsfrequenz über der Drehfrequenz aufgetragen:



Anschließend wird der Versuch mit einem anderen Gewicht ( $m = 175 \text{ g}$ ) wiederholt. Hierbei ergibt sich folgendes Ergebnis:



## 6 Die Hauptträgheitsmomente

Aus den gemessenen Nutations- und Präzessionsfrequenzen lassen sich nun die Hauptträgheitsmomente berechnen.

Nach Umformen der Formel aus der Vorbereitung ergibt sich

$$\frac{1}{\omega_P} = \frac{J_C}{m \cdot g \cdot r} \cdot \omega$$

Hierbei ist  $\omega_P$  die Präzessionsfrequenz,  $J_C$  das Hauptträgheitsmoment um die Figurenachse,  $m$  die Masse,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $r$  der Abstand vom Schwerpunkt.

In Aufgabe 5 wird der Kehrwert der Präzessionsfrequenz über der Drehfrequenz aufgetragen. Somit ergibt sich aus der Steigung  $a$  der Ausgleichsgeraden der Term  $\frac{J_C}{m \cdot g \cdot r}$ .

Für das Trägheitsmoment  $J_C$  ergibt sich somit:

1. Messreihe:

$$J_C = 837,03 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0,1091 \text{ m} \cdot 0,0124 \text{ s}^2 = 0,0111 \text{ kgm}^2$$

2. Messreihe:

$$J_C = 175 \text{ g} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 0,1091 \text{ m} \cdot 0,06365 \text{ s}^2 = 0,0119 \text{ kgm}^2$$



Hieraus ergibt sich ein Mittelwert von

$$\underline{J_C = 0,0115 \text{ kgm}^2}$$

Mit Hilfe der Formel aus der Vorbereitung erhält man:

$$J_A = J_C \cdot \frac{\omega}{\omega_N} = \frac{J_C}{a}$$

Hierbei ist  $a$  die Steigung der Ausgleichsgeraden aus Aufgabe 3 (ohne Gewichte), in der  $\omega_N$  über  $\omega$  aufgetragen ist. Sie hat den Wert  $a = 0,518$ .

Somit ergibt sich:

$$J_A = \frac{0,0115 \text{ kgm}^2}{0,518} = \underline{0,0222 \text{ kgm}^2}$$

Auch das zusätzliche Trägheitsmoment  $J_B$  des äußeren Karadanrahmens berechnet sich mit Hilfe der Formel aus der Vorbereitung.

$$\omega_N = \frac{J_C}{\sqrt{J_A \cdot J_B}} \cdot \omega \quad \Rightarrow \quad J_B = \frac{J_C^2}{\left(\frac{\omega_N}{\omega}\right)^2 \cdot J_A} = \frac{J_C^2}{a^2 \cdot J_A}$$

In dem Versuch mit den Gewichten hat die Steigung der Ausgleichsgeraden den Wert  $a = 0,2978$ .

$$J_B = \frac{(0,0115 \text{ kgm}^2)^2}{0,2978^2 \cdot 0,0222 \text{ kgm}^2} = \underline{0,0672 \text{ kgm}^2}$$

Für die Masse  $m$  des Rotors ergibt sich:

$$m = \frac{2 \cdot J_C}{r^2} = \frac{2 \cdot 0,0115 \text{ kgm}^2}{0,0625^2} = \underline{5,9 \text{ kg}}$$

## 7 Der Kreisel im beschleunigten Bezugssystem

Der Kreisel wird für diesen Versuch auf einen Holzkeil auf dem Drehtisch befestigt. Mit Hilfe eines Motors wird der Drehtisch bewegt. Dieser soll die Erddrehung simulieren.

Nach dem Arretieren des inneren Karadanrahmens richtet sich die Kreiselachse in die simulierte Nord-Süd-Achse aus.

Bei Entfernen der Arretierung dreht sich die Kreiselachse wieder in die Vertikale.